

# Memorias laboratorio de electrodinámica

Técnicas Experimentais III

Pedro Martínez Caamaño

Claudia Martínez García

Andrea Ordóñez Alcalde

# Índice

## Guía de ondas

1. Introducción .....	1
2. Procedemento experimental .....	1
3. Adaptación da guía de ondas .....	1
3.1. Curtocircuito .....	1
3.2. Guía aberta .....	3
3.3. Guía con bucina .....	5
3.4. Sintonizador de tres parafusos .....	6
4. Propagación no baleiro .....	6
4.1. Frecuencia da onda .....	6
4.2. Medios con perdas .....	6
4.3. Polarización .....	7
4.4. Decaemento coa distancia .....	7
5. Conclusión .....	8
6. Anexo. Fórmulas .....	9

## Liña de transmisión

1. Teoría .....	10
2. Materiais .....	11
3. Velocidade de propagación .....	11
4. Reflexión sen inversión en sinal cadrada .....	12
5. Reflexión con inversión en sinal cadrada .....	13
6. Reflexión sen inversión en sinal triangular .....	14
7. Reflexión con inversión en sinal triangular .....	15
8. Teoría de circuitos e a súa validez .....	16
9. Reflexión sen inversión en sinal sinusoidal .....	16
10. Reflexión con inversión en sinal sinusoidal .....	17
11. Resonancias na liña .....	18
12. Atenuación na liña .....	20
13. Liña adaptada con sinal sinusoidal .....	22
14. Impedancia característica da liña .....	22
15. Autoinducción da liña .....	23
16. Capacidade da liña .....	24
17. Desadaptación de entrada .....	25

## Propagación de microondas no espazo libre

1. Introducción e obxectivos .....	29
2. Propiedades fundamentais dos campos de microondas .....	29
2.1. Polarización do campo electromagnético diante dunha antena de bucina .....	29
2.2. Medición da distribución do campo diante dunha antena de bucina .....	32
2.3. Interferencia das ondas. Ondas estacionarias. Determinación da lonxitude de onda no vacío .....	33
2.4. Propagación das ondas nas substancias dieléctricas .....	34
3. Comportamento cuasióptico das ondas .....	35
3.1. Difracción nun borde .....	35
3.2. Difracción nun obstáculo .....	36
3.3. Difracción nunha fenda simple .....	38
3.4. Lei da refracción .....	39
3.5. Efecto focalizador dos corpos de cuarzo convexos .....	40
3.6. Reflexión total .....	40
3.6.1. Desprazamento Goos-Hänchen .....	41
3.6.2. Principio do anteollo prismático .....	42
4. Propagación a través de condutores .....	42
4.1. Liña de Lecher .....	42
4.2. Condución de microondas nunha condución metálica oca ...	44
5. Aplicación das microondas .....	45
5.1. Radar Doppler .....	45

## Propagación en condutores

1. Introducción e obxectivos .....	46
2. Montaxe .....	46
3. Procedemento experimental .....	47
3.1. Campos E, B e vector de Poynting S .....	47
4. Análise de datos .....	49
4.1. Análise das compoñentes en fase e cadratura .....	49
4.2. Conducitividade da lámina. Análise de ceros .....	51
4.3. Comprobación de ceros para frecuencias $\nu_n = n^2\nu_1$ .....	52
4.4. Comportamento a baixas frecuencias .....	52
4.5. Cuestións relacionadas coa práctica .....	53

## Relación Carga-Masa do Electrón

1. Introducción .....	55
2. Materiais .....	57
3. Teoría .....	57
4. Datos .....	58
5. Extra .....	59

# Guía de ondas

## 1. Introducción

Nesta práctica, estudaremos o comportamento d microondas a través dunha **guía de ondas**. Esta é un tubo de metal de sección, no noso caso, rectangular e baleiro, que nos permitirá confinar e dirixir as microondas para poder analizalas experimentalmente. O dispositivo ten simetría no eixo  $z$ , o que permite que o campo avance principalmente nese eixo e permaneza confinado transversalmente. Cómpre dicir que este confinamento se debe ás condicións de contorno impostas polos condutores ou polos materiais dieléctricos que forman a guía.

## 2. Procedemento experimental

Na primeira da práctica imos estudar o comportamento das ondas (microondas) a través da guía de ondas en tres casos: en cortocircuíto, en aberto e cunha bucina acoplada e cun sintonizador de tres parafusos acoplado. En resumo, nos tres primeiros casos, o procedemento será o mesmo, para ese caso iremos medindo máximos e mínimos de voltaxe, anotando a posición na que se dan, e con estes valores poderemos calcular valores como o da lonxitude de onda  $\lambda$ , a relación entre ondas estacionarias,  $SWR$ , o coeficiente de reflexión  $r$ , e tamén a frecuencia da onda  $f$ , constante, teóricamente, en todo o experimento, pois é unha propiedade intrínseca da onda. Para o último caso, tamén calcularemos  $SWR$ , que debería dar un valor preto á unidade xa que buscamos unha voltaxe uniforme. Aínda que iremos explicando máis a fondo ao longo da práctica.

Na segunda parte centrarémonos na propagación destas microondas no baleiro. Primeiro, coa axuda dunha placa receptora (e a guía coa bucina acoplada), repetiremos o procedemento de sempre, medindo máximos e mínimos coas súas respectivas posicións, para calcular  $\lambda$  e a frecuencia  $f$ , que debería ser a mesma que na primeira parte. Logo, estudaremos o que sucede cando interpoñemos entre a parte de saída de ondas e a parte receptora distintos materiais, facendo logo o mesmo con placas polarizadoras en horizontal e en vertical. Por último, veremos como decae coa distancia a voltaxe captada polo receptor.

## 3. Adaptación da guía de ondas

### 3.1. Curtocircuíto

Acoplamos ao final da guía un condutor, de xeito que a onda se reflectirá invertindo a súa fase ( $r = -1$ ), sen haber onda transmitida ( $t = 0$ ).

$x_{\text{mín}} \pm 0,01$ (cm)	$V_{\text{mín}} \pm 0,001$ (V)	$x_{\text{máx}} \pm 0,01$ (cm)	$V_{\text{máx}} \pm 0,001$ (V)
2.4	0.030	1.6	0.231
4.3	0.003	3.3	0.156
6.2	0.003	5.3	0.140
8.2	0.004	7.2	0.130
10.1	0.003	9.3	0.117
12.0	0.003	11.2	0.121
14.0	0.003	13.1	0.127
15.9	0.003	15.0	0.130
–	–	16.9	0.141

Táboa 1: Medidas de posicións de mínimos e máximos na guía de ondas.

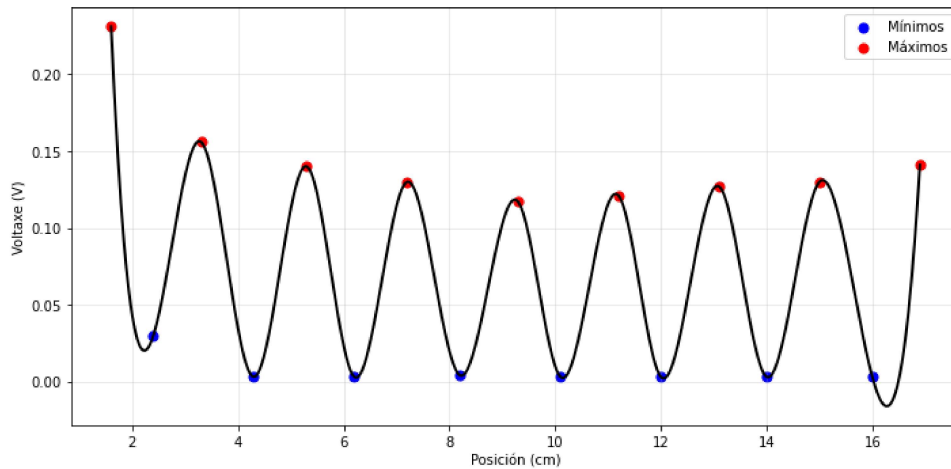


Figura 1: Voltaxe fronte a distancia para o caso de cortocircuito.

Podemos ver que hai bastantes variacións entre máximos e mínimos (sobre todo nas primeiras medidas) debido ao ruído captado pola sonda, porén, a distancia entre estes mantense relativamente estable, o cal usaremos para calcular a lonxitude de onda e a súa incerteza coas fórmulas recollidas no *Anexo I*.

$$\lambda = 3,89 \pm 0,11 \text{ cm}$$

No caso de que a guía estivese rechea dun material dieléctrico (asumíremolo non magnético), a nosa permitividade cambiaría, pasando a ser  $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ , con  $\varepsilon_0$  a permitividade do baleiro e  $\varepsilon_r$ , a relativa, que ao ser un medio dieléctrico será  $\varepsilon_r > 1$ . Isto afectaría nos seguintes aspectos:

- Lonxitude de onda:

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon_r}}$$

Diminuirá a lonxitude de onda, xa que é inversamente proporcional a  $\varepsilon_r$ .

- Velocidade de propagación:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}}$$

Tamén podemos escribir a seguinte fórmula:

$$v = \lambda f$$

Como  $f$  non varía (é unha propiedade intrínseca da onda),  $v$ , como ocorre con  $\lambda$ , diminuirá.

- Frecuencia de corte:

$$f'_c = \frac{f_c}{\sqrt{\epsilon_r}}$$

Entón  $f_c$  tamén diminúe.

Agora imos calcular a frecuencia da onda que pasa pola guía, sabendo que a frecuencia de corte é  $f_c = 6,562$  GHz empregando a seguinte relación:

$$\lambda = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r (f^2 - f_c^2)}} \rightarrow f = \sqrt{\frac{c^2}{\lambda^2} + f_c^2} = 10,13 \text{ GHz}$$

Procedemos agora a calcular a relación entre ondas estacionarias, onde usaremos para  $V_{max}$  e  $V_{min}$  a media dos mesmos ( $\overline{V_{min}} = 0,0065$  V,  $\overline{V_{max}} = 0,14367$  V):

$$SWR = \sqrt{\frac{V_{max}}{V_{min}}}$$

Empregando todos os valores da táboa, quedaríanos:

$$SWR = 4,70 \pm 0,36$$

Se descartamos a primeira medida de ambas voltaxes, que é a que máis se afasta do resto, daríanos un valor bastante distinto:

$$SWR = 6,50 \pm 1,03$$

Para calcular a continuación o coeficiente de reflexión imos usar o primeiro valor (no que consideramos todas as medidas), xa que non cambia en exceso o resultado e temos unha menor incerteza:

$$r = \frac{SWR^2 - 1}{SWR^2 + 1} = 0,913 \pm 0,013$$

Vemos que obtemos un valor moi próximo a 1, o cal é o esperado neste caso.

### 3.2. Guía aberta

Quitamos a terminación de cortocircuito. Como resultado teríamos que a onda se reflicte en parte (sen invertirse, creando de novo unha onda estacionaria), mentres que outra é transmitida ao exterior.

$x_{\text{mín}} \pm 0,01$ (cm)	$V_{\text{mín}} \pm 0,001$ (V)	$x_{\text{máx}} \pm 0,01$ (cm)	$V_{\text{máx}} \pm 0,001$ (V)
1.8	0.095	1.1	0.174
3.8	0.087	2.6	0.155
5.7	0.077	4.7	0.148
7.6	0.069	6.7	0.132
9.5	0.068	8.6	0.123
11.5	0.069	10.5	0.121
13.5	0.068	12.5	0.120
15.3	0.076	14.4	0.128
17.3	0.078	16.3	0.130

Táboa 2: Medidas de posiciones de mínimos y máximos en la guía de ondas.

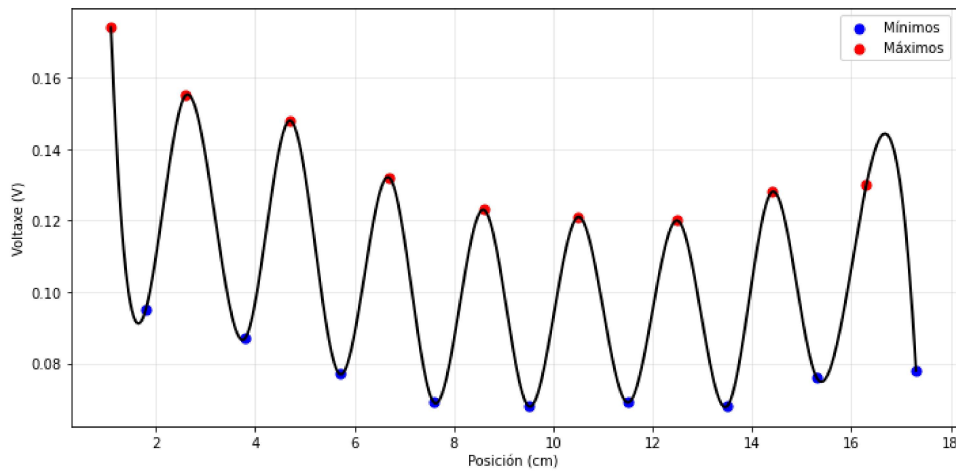


Figura 2: Voltaxe fronte a distancia para o caso da guía aberta.

Como fixemos para o caso de cortocircuíto, calcularemos agora  $\lambda$  e  $SWR$ :

$$\lambda = 3,875 \pm 0,053 \text{ cm}$$

$$SWR = 1,339 \pm 0,041$$

Obtemos unha  $\lambda$  moi similar á que calculamos no caso do cortocircuíto, que, xa que non cambian nin a guía nin a frecuencia da onda, é o que nos esperaríamos. Con  $SWD$  podemos calcular o coeficiente de reflexión:

$$r = \frac{SWR^2 - 1}{SWR^2 + 1} = 0,284 \pm 0,028$$

Como podemos ver, é unha  $r$  bastante menor que no caso anterior, o cal quere dicir que se reflicte menos (e se transmite máis) onda. Agora podemos tamén avaliar a eficiencia da radiación do sistema, facendo o cociente entre  $V_{\text{mín}}$  e  $V_{\text{máx}}$  (de novo, volvemos a usar os valores medios das tensións,  $\overline{V_{\text{mín}}} = 0,07634 \text{ V}$  e  $\overline{V_{\text{máx}}} = 0,13678 \text{ V}$ ):

$$\eta = \frac{V_{\text{mín}}}{V_{\text{máx}}} = 0,5581$$

É dicir, que se transmite unha boa parte da onda.

### 3.3. Guía con bucina

A continuación, acoplamoslle unha bucina ao extremo aberto da guía. Idealmente, o que provocaría sería unha transmisión total da onda ao seguinte medio, é dicir,  $t = 1$  e  $r = 0$ . Polo tanto, tampouco teríamos xa ondas estacionarias.

$x_{\text{mín}}$ (cm)	$V_{\text{mín}}$ (V)	$x_{\text{máx}}$ (cm)	$V_{\text{máx}}$ (V)
1.6	0.103	0.7	0.138
3.5	0.099	2.6	0.125
5.4	0.089	4.4	0.115
7.3	0.080	6.3	0.102
9.2	0.077	8.2	0.096
11.1	0.081	10.1	0.089
12.9	0.086	11.9	0.088
14.8	0.088	13.8	0.090
16.8	0.087	15.8	0.100
—	—	17.7	0.103

Táboa 3: Medidas de posicións de mínimos e máximos na guía de ondas.

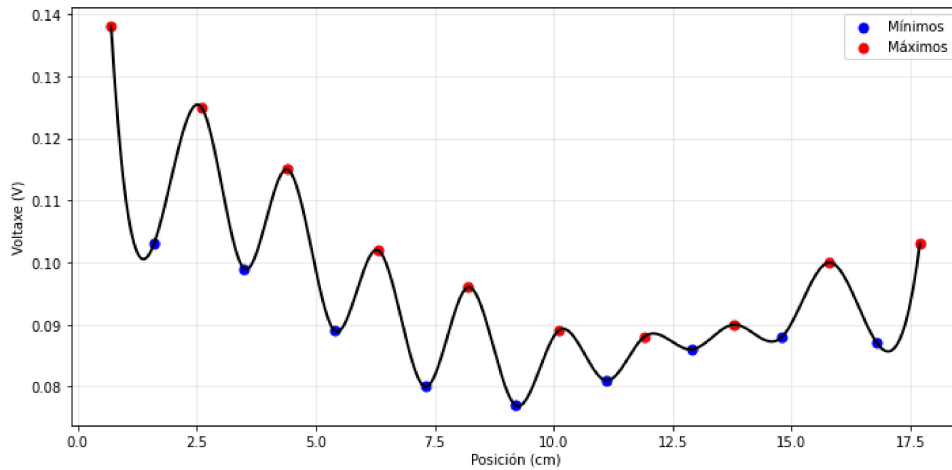


Figura 3: Voltaxe fronte a distancia para o caso da guía adaptada con bucina.

As diferenzas entre máximos e mínimos son menores que nos casos anteriores, o cal ten sentido, xa que significa que se transmite parte da onda.

Calcularemos, como fixemos nos outros casos,  $\lambda$ ,  $SWR$  e  $r$  ( tomamos  $\overline{V_{\text{mín}}} = 0,0878$  V,  $\overline{V_{\text{máx}}} = 0,1046$  V)

$$\lambda = 3,800 \pm 0,038 \text{ cm}$$

$$SWR = 1,092 \pm 0,033$$

$$r = 0,088 \pm 0,030$$

En canto á eficiencia de radiación, aumenta bastante con respecto á guía aberta, como é de esperar, xa que se debería transmitir a totalidade da onda, teoricamente:

$$\eta = 0,8392$$

### 3.4. Sintonizador de tres parafusos

Cambiaremos a bucina por un sintonizador de tres parafusos. Aquí o que se busca é unha distribución de voltaxe o máis uniforme posible. Tivemos que encontrar unha distribución dos tres que nos fixese medir un máximo ( $V_{max} = 0,167$  V), un mínimo ( $V_{min} = 0,130$  V), tras ter medido o valor inicial da voltaxe ( $V_{inicial} = 0,123$  V).

O valor de SWR é  $SWR = 1,133$ ; un valor próximo a 1, que nos indica que a diferenza entre potenciais é case constante.

## 4. Propagación no baleiro

### 4.1. Frecuencia da onda

Para determinar a lonxitude de onda no espazo libre, colócase o disco reflector fronte á bucina a unha distancia aproximada de 20 cm. Logo, desprazouse o carro do detector cara á dereita para aproximar o sensor á fenda da bucina.

Ao mover o reflector unha distancia igual a  $\lambda/2$  o camiño percorrido pola onda reflectida incrementase en  $\lambda$ . Este valor corresponde á lonxitude de onda no espazo libre, polo que a fase da onda reflectida tamén se modifica. Así, durante este desprazamento obsérvase un patrón de máximos e mínimos de tensión debido á interferencia entre a onda incidente e a reflectida.

Medimos as posicións de tres máximos e tres mínimos consecutivos, e a partir da distancia que os separa calculamos a lonxitude de onda no espazo libre.

$x_{mín}$ (cm)	$V_{mín}$ (V)	$x_{máx}$ (cm)	$V_{máx}$ (V)
1.3	0.071	0.5	0.135
2.8	0.066	2.0	0.137
4.3	0.065	3.5	0.139
5.8	0.060	5.0	0.141
7.3	0.054	6.9	0.144
8.7	0.052	7.9	0.147
10.2	0.046	9.3	0.146

Táboa 4: Medidas de máximos e mínimos para determinar  $\lambda$  no espazo libre.

Os cales son uns valores loxicos xa que  $f$  non debería variar moito do valor que obtivemos na primeira parte da práctica (é unha propiedade intrínseca da onda).

### 4.2. Medios con perdas

Colocamos unha bucina na parte emisora e outra na receptora, situándoas a unha distancia de 50 cm entre si, aproximadamente. No medio de ambas, interpoñemos placas de distinto material, de xeito que diminuíra o sinal recibido. Os datos que obtivemos foron os seguintes:

Medios	Plexiglass	Papel laminado	PVC
V (V)	0,008	0,007	0,01

Táboa 5: Valores de voltaxe para cada medio

Tal e como se amosa na táboa, a sinal que recibimos diminúe ao interpoñer materiais, tanto polas perdas dos materiais (absorben as ondas) como por reflexión. Porén, diferenza entre medios vemos non é demasiada, polo que podemos concluír con que para microondas a esta frecuencia, os materiais son practicamente transparentes.

### 4.3. Polarización

Faremos o mesmo que no caso anterior, pero esta vez cun polarizador, colocado en vertical e en horizontal. O que fará é deixar pasar as compoñentes normais ás liñas metálicas, polo que podemos ver a dirección de polarización da onda. Vemos os resultados:

Polarización	Verical	Horizontal
V (V)	0	0,01

Táboa 6: Valores de voltaxe para cada polarización

O resultado que obtemos coa placa de polarización vertical é nula, mentres que coa polarización horizontal non vemos unha variación na sinal que recibe a bucina receptora. Entón, podemos concluír con que a nosa onda posúe **polarización vertical**.

### 4.4. Decaemento coa distancia

Partindo dunha posición na que as bucinas emisora e receptora están pegadas, imolas ir separando e tomando datos da sinal recollida para cada caso. Vemos os resultados na seguinte táboa:

x (cm)	V (V)
0	0,17
1	0,062
2	0,109
5	0,102
10	0,062
20	0,041
30	0,027
40	0,017
50	0,011

Táboa 7: Medición 1 de V(x)

Aos 30 cm de distancia, quitamos a bucina da parte emisora e anotamos o valor, que sería:  $V = 0,003$  V.

x (cm)	V (V)
0	0,194
1	0,151
2	0,101
5	0,037
10	0,002
20	0,001

Táboa 8: Medición 2 de  $V(x)$

Representamos ambas táboas e o valor aislado na seguinte gráfica:

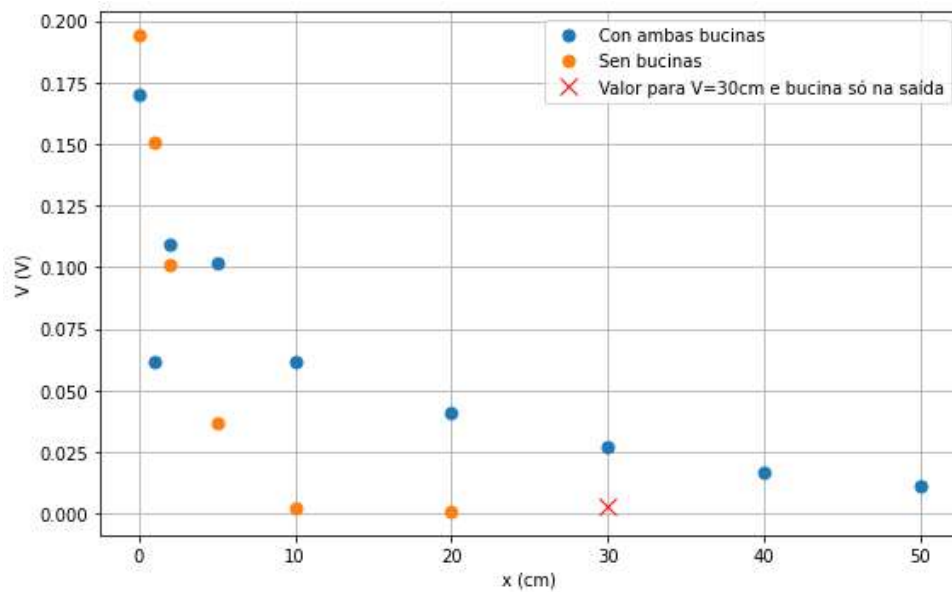


Figura 4: Voltaxe fronte a distancia entre as bucinas

O primeiro no que nos podemos fixar é en que, evidentemente, a maior distancia se recolle unha menor sinal en ambos casos. O decaemento da voltaxe coa distancia é máis brusco con bucinas que sen elas. Ademais, os máximos de voltaxe que se acadan sen bucinas, é dicir, cando hai unha distancia moi pequena, son máis altos que no caso das bucinas, e para distancias maiores, as voltaxes son moito máis pequenas tamén no caso de non ter bucinas, chegando a non recibir sinal a partir dos 20 cm de distancia. Por último, a segunda medida no caso de ambas bucinas afástase moito do valor esperado. Pode que fose debido ao ruído do laboratorio, ou un fallo na toma de datos. De todas formas, o resto de datos teñen perfecto sentido, polo que podemos descartar esa medida e aplicar o mesmo razonamento para a gráfica sen que haxa excepcións.

## 5. Conclusión

A primeira parte da práctica podemos considerala exitosa. Como comentamos no procedemento experimental, debiamos caluclar para unha guía con cortocircuito, unha guía aberta e unha bucina distintos parámetros, e ver se a realidade do noso experimento se adecuaba á teoría.

A continuación imos recoller nunha táboa os valores que fomos calculando para esa parte:

	$\lambda$ (cm)	$SWR$	$r$
Cortocircuito	$3,89 \pm 0,11$	$4,70 \pm 0,36$	$0,913 \pm 0,013$
Aberto	$3,875 \pm 0,053$	$1,339 \pm 0,041$	$0,284 \pm 0,028$
Bucina	$3,800 \pm 0,038$	$1,092 \pm 0,033$	$0,088 \pm 0,030$

Táboa 9: Valores de  $\lambda$ ,  $SWR$  e  $r$  para cada caso da guía

Para comezar, a  $\lambda$  nos tres casos nos dá un valor moi similar, o cal como xa explicamos, debería suceder, xa que non cambian nin a guía nin a frecuencia da onda. Outro parámetro importante é  $r$ , o coeficiente de reflexión. No caso do cortocircuito, a onda debía reflectirse enteiramente (invertindo a fase), por iso nos dá un valor moi próximo a 1. No caso da guía aberta, teríamos unha parte da onda que se reflicte e outra que se transmite, coherente co valor que obtemos de  $r$ . Por último, no caso da bucina debería transmitirse a onda na súa totalidade, de maneira que  $r$  é un valor próximo a 0. Os valores que calculamos nos dous últimos casos de  $\eta$  tamén eran coherentes, como xa explicamos no seu momento. Logo, calculamos a  $SWR$  da guía co sintonizador de tres parafusos, que nos daba un valor próximo á unidade, xa que o que queríamos facer é conseguir unha voltaxe uniforme.

Na seguinte parte, traballamos coa onda no baleiro, calculando a frecuencia da onda, que ao longo de toda a práctica nos daba un valor similar. Tamén colocamos placas de distintos materiais no medio da parte emisora e a receptora (ambas con bucinas), vendo como variaba a voltaxe que chegaba, e puidemos concluír con que para ondas de frecuencia e  $\lambda$  similar á nosa, eran medios practicamente transparentes. Fixemos o mesmo con polarizadores, descubrinto que a onda posuía unha polarización vertical. Por último, verificamos que coa distancia, a voltaxe que recibimos ía diminuíndo, e comprobámolo para o acoplamento con bucinas e sen elas.

## 6. Anexo. Fórmulas

$$\lambda = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N (x_{i+1} - x_i)$$

$$s(\lambda) = 2 \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N \left[ (x_{i+1} - x_i) - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (x_{j+1} - x_j) \right]^2}$$

$$s(SWR) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{s(V_{\text{máx}})^2}{V_{\text{máx}} V_{\text{mín}}} + \frac{V_{\text{máx}} s(V_{\text{mín}})^2}{V_{\text{mín}}^3}}$$

$$s(r) = \frac{4SWR}{(SWR^2 + 1)^2} \cdot s(SWR)$$

# Liña de Transmisión

## 1 Teoría

### Teórico:

Nunha liña de dous (ou máis) condutores, son posibles os modos normais TEM, onde a velocidade de propagación é  $v_p = \frac{1}{\sqrt{\pi\mu}}$

Para modos que se propagan pola guía con dirección  $\pm\hat{z}$ ;  $Z = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$  é a impedancia de propagación do medio que contén a guía.

Relación entre ondas:

$$\vec{H} = \frac{1}{Z}\hat{z} \times \vec{E}; \quad \vec{E} = -Z\hat{z} \times \vec{H}$$

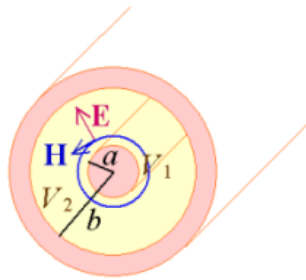


Figure 1: Propagación de sinal nun modo TEM

### Práctica da liña de transmisión:

A onda electromagnética viaxa no dieléctrico entre o condutor central e exterior en campos confinados.

Sinal (suma dunha componente incidente e outra reflectida):

$$V(z, t) = V^+ e^{i(\omega t - \beta z)} + V^- e^{i(\omega t + \beta z)}$$

$$I(z, t) = \frac{1}{Z_0} (V^+ e^{i(\omega t - \beta z)} - V^- e^{i(\omega t + \beta z)})$$

Impedancia característica (da liña):

$Z_0 = \sqrt{\frac{L_S}{C_P}}$ ; Onde  $L_S$  é a inductancia por unidade de lonxitude e  $C_P$  é a capacitancia por unidade de lonxitude.

Primeiro quítase das ecuacións o réxime estacionario (igual en todo punto): quitamos  $e^{i\omega t}$ ;

Segundo, en  $z=0$  facemos cambio de medio á impedancia externa:

$$Z_L = \frac{V(0)}{I(0)}$$

Terceiro, consideramos Coeficiente de Reflexión:

$$\Gamma = \frac{V^-}{V^+}$$

Cuarto, xuntamos ambas ecuacións e despexamos para  $\Gamma$ :

$$\Gamma = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$

Así:

$$\Gamma = 0; \quad Z_L = Z_0 \quad \text{Liña Adaptada}$$

$$\Gamma = 1; \quad Z_L = \infty \quad \text{Reflexión total non invertida (ao aire)}$$

$\Gamma = -1; \quad Z_L = 0$  Reflexión total invertida (cortocircuito): onda estacionaria. V refléxase invertida, I refléxase sen invertir:  $I_{max}$

## 2 Materiais

Os materiais fundamentais usados nesta práctica son:

- Cable coaxial de lonxitude  $l \approx 100$  m e impedancia característica  $Z_0 \approx 50\Omega$
- Xerador de funcións (impedancia de saída  $50\Omega$ )
- Osciloscopio dixital de dous canles
- Adaptadores en T
- Módulo de cortocircuito
- Carga de  $50\Omega$
- Resistencia variable
- Resistencia de  $100\Omega$
- Resistencia de  $1k\Omega$

O procedemento experimental se explica nos propios apartados.

## 3 Velocidade de propagación

Calculamos a velocidade mediante  $v = \frac{l}{\tau} \pm \Delta v = \frac{\Delta\tau l}{\tau^2}$ ; onde  $\tau = 540\text{ns}$  é o retardo e  $\Delta\tau = 2\text{ns}$  a súa incertidumbre. Este  $\tau$  é fácil medir pois é o espaciado temporal entre o canle 1 e canle 2 reflexado en FRR.

Os resultados son:

$$v = 185185185 \pm 685871 \text{ m/s} \approx 0.62c$$

Polo que a lonxitude de onda sería  $\lambda = 1852 \pm 7$  m

Tamén probamos variando a frecuencia da sinal aloxándonos considerablemente dos  $100\text{kHz}$  nos que tomamos a medida inicial. Así hemos observado que o retardo no variaba. Isto explícase ao introducir a idea de que a liña non é dispersiva, é dicir, non discrimina por frecuencias:  $n = \frac{c}{v} \neq n(\omega)$  o que significa que a velocidade do sinal é independente da frecuencia.

## 4 Reflexión sen inversión en sinal cadrada

Introducimos sinal cadrada e deixamos o extremo final aberto tal que

$$\Gamma = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}; \text{ con } Z_L \rightarrow \infty \Rightarrow \Gamma = 1 \text{ sinal reflexada non invertida}$$

Todo o sinal invértese, e, debido á perda de enerxía polo camino (disipación da liña por resistencia), a onda reflexada tendrá menor amplitude ca a incidente. A isto lle sumamos o retardo anteriormente observado adaptado á distancia total percorrida, polo tanto a suma de dous ondas cadradas desfasadas de amplitudes diferentes.

No canle 1, teremos a medición de ambas ondas en forma de suma da maneira que se aprecia esquemáticamente na imaxe. É evidente que, desta suma, ao sumarse as dúas amplitudes, a amplitude do sinal de entrada será maior que coa liña adaptada.

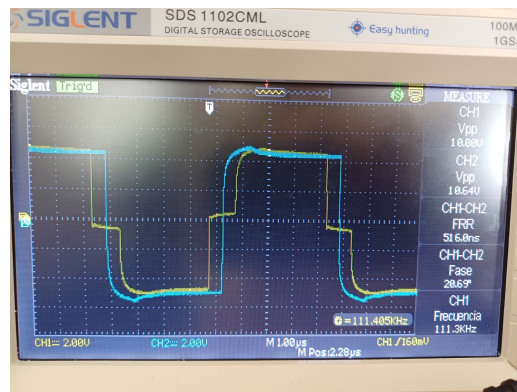


Figure 2: Sinal cadrada para terminal aberto

Vese que a anchura do primer escalón ten de anchura o dobre do retardo xa que alí a onda reflexada non dai aínda peso ao cambio de amplitude e queda só a da onda incidente; é o dobre xa que a onda ten que ir hasta o extremo da liña e volver, iso equivale ao dobre da distancia respecto ao retardo medido no punto anterior, e polo tanto, o dobre do retardo medido (no osciloscopio, un cadrado equivale a  $1.00\mu s$  e o ancho é de aproximadamente un cadrado; o que ten sentido pois é máis ou menos o dobre do retardo obteido no punto anterior ( $2\tau \approx 1\mu s$  para apreciar a ollo)).

Todo isto son palabras que podense solidificar máis no espacio das ideas ao visualizar o esquema gráfico seguinte:

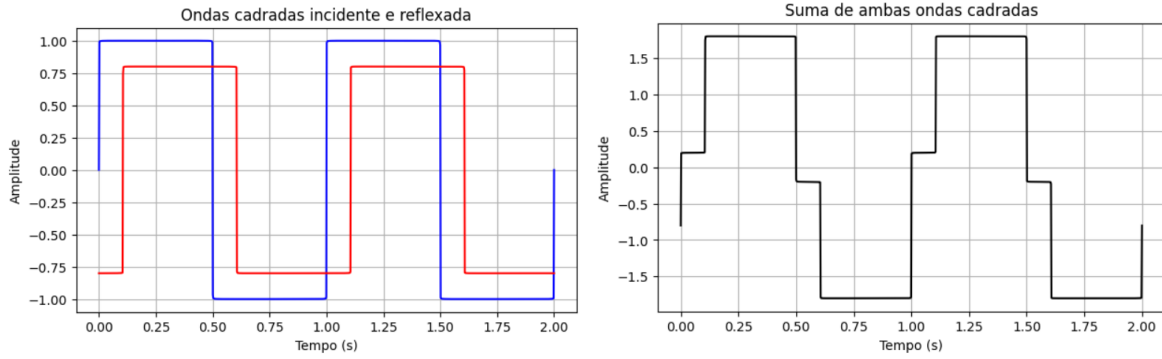


Figure 3: Esquema da suma de sinais

Ao igual que mencionamos no apartado de *Velocidade de propagación*, o medio é **non dispersivo** polo que este retardo é constante para distintas frecuencias as que realicemos a medición neste apartado e nos próximos. É importante este punto para recalcar a capacidade de mandar información de frecuencias distintas a unha mesma velocidade, sendo un medio democrático que non prioriza frecuencias máis altas ou máis baixas.

## 5 Reflexión con inversión en sinal cadrada

Conectamos agora cortocircuito, polo tanto

$$\Gamma = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}; \text{ con } Z_L = 0 \Rightarrow \Gamma = -1 \text{ sinal reflexada invertida}$$

Producirase unha onda reflexada invertida, lixeramente atenuada debido ás perdas polo camiño da liña e, igual que antes, con retardo.

O sinal observado na canle 1 é a seguinte:

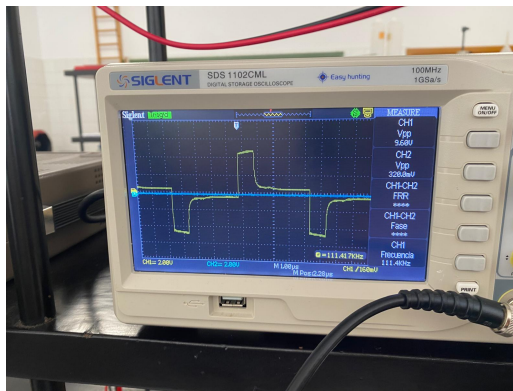


Figure 4: Sinal cadrada para terminal en cortocircuito

Obsérvase que hai zonas onde casi se anula do todo (anularíase do todo se a amplitude da onda reflexada non fora atenuada pola liña). Ao igual que antes, os pico-escalóns teñen un ancho de  $2\tau \approx 1\mu s$ . Nesta fotografía do osciloscopio, ao igual que antes, estamos a medir no canle 1 para observar a suma da onda emitida e a reflectida, no canle 2 nesta foto intentouse poñer en modo "non molestar" (baixando agresivamente a escala) para que se aprecie o canle 1 que é o que importa.

O sinal do osciloscópio é máis fácil comprendelo coa suma esquemática dunha onda emitida e outra reflectida invertida atenuada con desfase como a continuación:

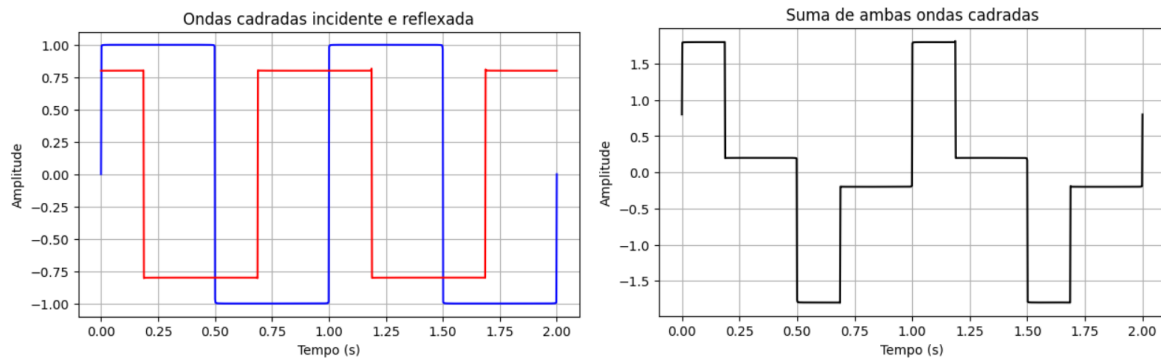


Figure 5: Esquema da suma de sinais

## 6 Reflexión sen inversión en sinal triangular



Figure 6: Sinal triangular para terminal en aberto

Neste caso e nos seguintes xa son repetir o feito co sinal cadrado (primer caso onda reflexada sen inversión polo terminal abeerto e segundo caso onda reflexada invertida polo terminal en cortocircuito) pero co sinal triangular e, máis adiante, sinusoidal.

Agora nos compete o caso do sinal triangular co terminal da liña en aberto. Fórmase no canle 1 a suma de ambas ondas como é xa de costume, o único estéticamente extraño a observar é a punta amorfa como se dunha esquina aboada dunha mesa se tratase. Efectivamente, isto se explica pola suma de ambas ondas ao non ser os dous picos máximos (da onda incidente e reflectida) iguais en amplitude e desprazado un respecto do outro polo retardo.

Dita figura é sinxela de apreciar ao ver o esquema seguinte:

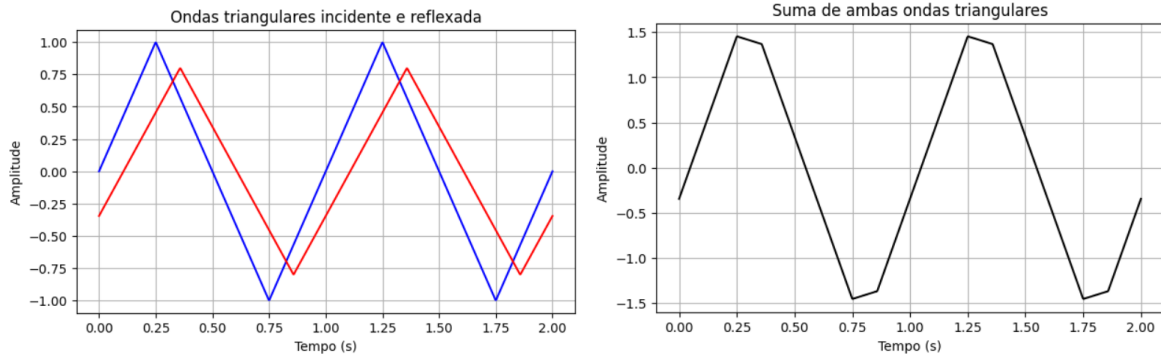


Figure 7: Esquema da suma de sinais

## 7 Reflexión con inversión en sinal triangular

Seguimos co sinal triangular pero con cortocircuito ao final da liña para forzar que volva unha onda invertida a xuntarse coa emitida na rexión da entrada do sinal.

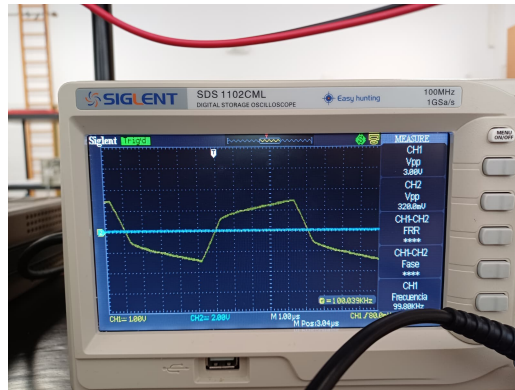


Figure 8: Sinal triangular para terminal en cortocircuito

A forma vista no osciloscopio podería definirse como un sombrero ou máis como unha serpe que se comera a un elefante.

Tal extraña figura é fácil de componer e comprender con estas dúas sinais sumadas como se ve na seguinte imaxe:

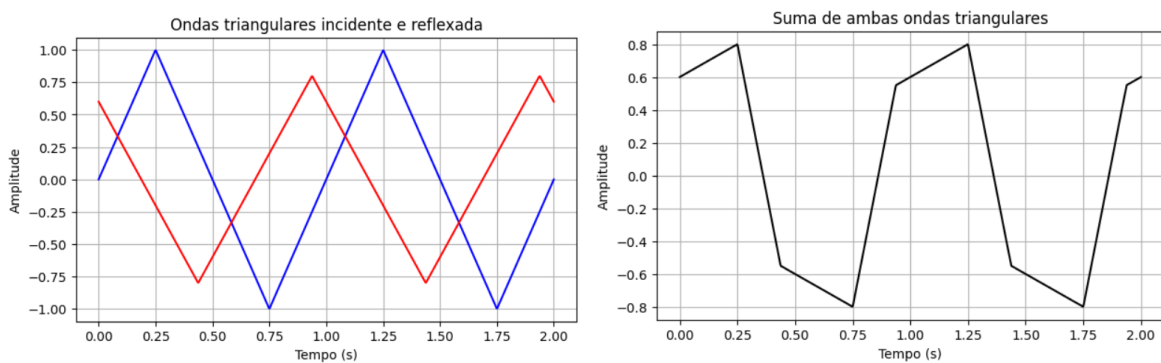


Figure 9: Esquema da suma de sinais

## 8 Teoría de circuitos e a súa validez

Antes de pasar ao seguinte punto, é importante falar brevemente sobre a teoría de circuitos para calibrar a nosa intuición no caso do sinal sinusoidal.

Dícese que a teoría de circuitos é válida cando  $\lambda \gg l$  ao considerarse a lonxitude de onda tan grande respecto ao circuito a avaliar que (en réxime de posición  $kz = \frac{2\pi}{\lambda}z$ ) o término espacial sexa común (por ser altamente similar de forma aproximada) e polo tanto o podamos considerar constante a todo punto nas ecuacións.

Agora ben, nestos casos prácticos, a validez da teoría de circuitos reducece a que o desfase  $\phi$  sea pequeno e polo tanto pódase caracterizar a natureza da liña como unha Capacitancia ou Inductancia característica.

Vemos que o desfase vese como  $\phi = \omega\tau \Rightarrow \phi \propto f\tau$ , polo tanto a unha frecuencia baixa consideraríase válida a teoría de circuitos (ten sentido porque para frecuencia pequena, a súa lonxitude de onda é grande) e para unha frecuencia alta non, e habería que considerar os termos de posición; o desfase xa non pode anularse neste caso.

Con esti tido en conta, podemos explicar porque nos seguintes apartados, ocorren máximos e mínimos de amplitude de onda do noso sinal suma (suma de onda sinusoidal incidente con unha reflexada con desfase e menor amplitude), xa que coa frecuencia varía o desfase. E aparte, a xa mencionada barreira de cando podemos considerar válida ou non a teoría de circuitos.

## 9 Reflexión sen inversión en sinal sinusoidal

O mesmo que antes e que todo o rato pero agora cun sinal sinusoidal, este primer caso é sen inversión, así que, para nosa sorpresa, para que isto suceda, deixaremos o terminal final da liña de transmisión aberto para que así  $Z_L \rightarrow \infty \Rightarrow \Gamma = 1$

Este caso, con sinal sinusoidal, é especial xa que según o desfase, a onda final pode intentar anularse ou potenciarse (no poderá anularse del todo debido a que en amplitude  $V_{in} \neq V_r$ ). E ocorre que o desfase é proporcional ao produto do retardo coa frecuencia (mencionado anteriormente), polo que é lóxico que ambas ondas teñan formas de xuntarse distintas según a frecuencia, a veces tendo unha relación máis destructiva ou constructiva.

Podemos observar un gráfico como exemplo das dúas ondas, cun desfase non moi grande e a súa onda resultado potenciada (non máxima pero bastante potenciada):

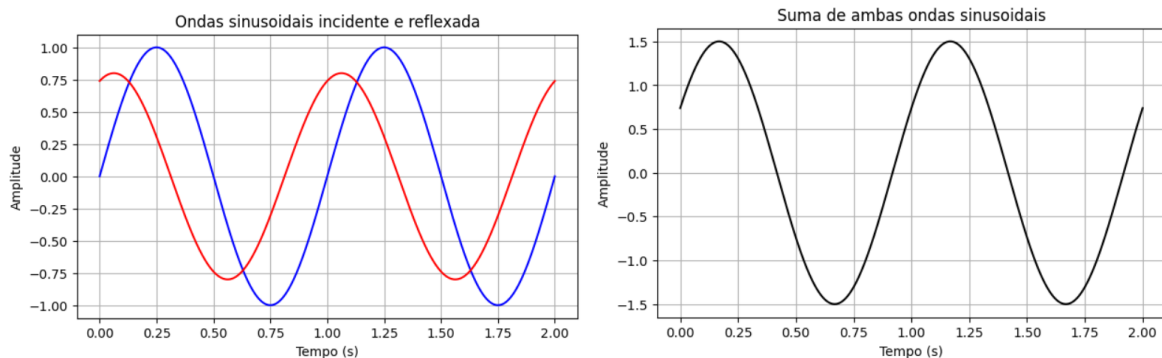


Figure 10: Esquema da suma de sinais

Iso é o que observaremos, con terminal de liña aberto: as frecuencias nas que anotamos un máximo e un mínimo e a súa amplitude, osea, os puntos de resonancia da liña de transmisión.

A continuación, a táboa cos datos obtidos nos rangos nos que se nos pediu buscar:

Tipo de onda	Frecuencia (kHz)	Amplitude (V)
Máximo	947	9.2
Mínimo	1398	1.92
Máximo	1857	8.56
Mínimo	2367	2.48
Máximo	2829	8.24
Mínimo	3315	2.64
Máximo	3858	7.84
Mínimo	4264	3.04
Máximo	4785	7.6

Table 1: Circuito aberto

## 10 Reflexión con inversión en sinal sinusoidal

Exactamente o mesmo que sucede co caso sen inversión do sinal sinusoidal, ocorre para o que sí mostra inversión. Neste, o desfase acértese aos  $180^\circ$ , ocasionando unha destrución completa de non ser por que a amplitude de ida non é igual á da vida, polo que teremos mínimos da onda suma de pouco voltaxe.

Representamos gráficamente o caso das ondas (préstese atención á escala):

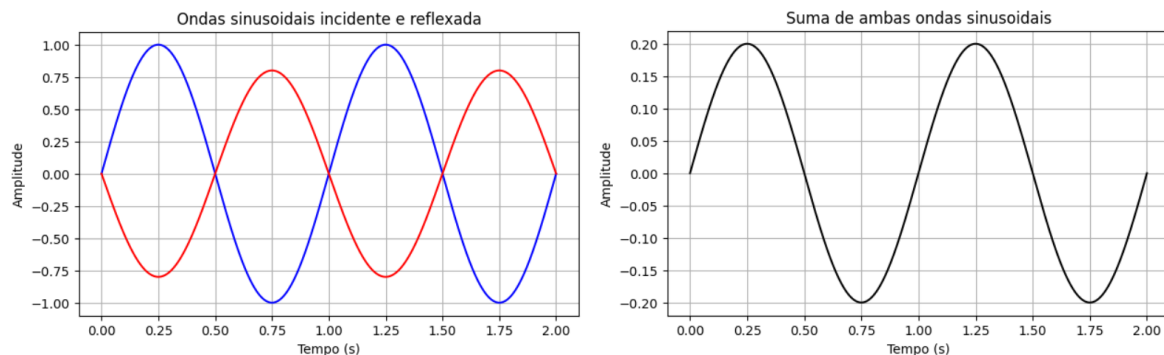


Figure 11: Esquema da suma de sinais

Agora imos percorrendo frecuencias e buscando máximos e mínimos coa amplitude tal que no caso anterior pero agora coa liña en cortocircuíto.

Tabla cos valores obtidos:

Tipo de onda	Frecuencia (kHz)	Amplitud (V)
Máximo	437	9.68
Mínimo	929	1.6
Máximo	1406	8.88
Mínimo	1875	2.24
Máximo	2332	8.4
Mínimo	2839	2.64
Máximo	3350	8.08
Mínimo	3819	2.96
Máximo	4321	7.76
Mínimo	4862	3.2

Table 2: Cortocircuito

## 11 Resonancias na liña

Como estamos a estudar no rango de frecuencias aproximado de 0 – 5MHz os máximos e mínimos de amplitude en función da frecuencia nos casos de sinal sinusoidal con terminal aberto e con cortocircuito, desarroiamos este novo apartado para buscar o patrón, relacionalo coa velocidade e tempo de retardo e buscar que frecuencias se esperarían.

Usaremos os datos experimentais das táboas [Táboa reflexión sen inversion por circuito aberto] e [Táboa reflexión con inversion por cortocircuito] dos apartados anteriores. Para elo primeiro buscaremos a función coa que axustar os datos experimentais (o representaremos para ver a ollo artístico que tal quedan os puntos tal que bolas de adorno a árbore de navidade) e súa relación coa velocidade e retardo, logo poderemos predecir máximos e mínimos.

O proceso matemático teórico é o seguinte:

Temos a onda incidente e reflexada:

$$V_+ = V_{0+} \cos(\omega t - kx)$$

e

$$V_- = V_{0-} \cos(\omega t - kx + \Delta\phi)$$

onde

$$\Delta\phi = \vec{k}z_+ + \vec{k}z_- = 2lk = 4\pi f\tau$$

Para considerar os máximos e mínimos, tomamos  $t = 0$  e medimos no principio da liña, polo tanto  $z = 0$ , así:

$$V_+ = V_{0+} \text{ y } V_- = V_{0-} \cos(\Delta\phi)$$

$$\Rightarrow V = V_+ + V_- = V_{0+} + V_{0-} \cos(\Delta\phi)$$

Estudiamos agora para os dous casos, en aberto e en cortocircuito.

### Circuito aberto:

$$\Gamma = 1 \Rightarrow V_{0+} = V_{0-} \rightarrow V = V_{0+}(1 + \cos(\Delta\phi))$$

(Despreciamos atenuación xa que para saber onde hai máximos e mínimos non afecta, tan so afecta á amplitude)

Derivamos  $V$  con respecto de  $f$  e para buscar máximos hai que maximizar a función coseno, para o caso de mínimos habería que minimizar a función coseno:

$$\Delta\phi_n = 2\pi n \rightarrow f_{max} = \frac{n}{2\tau}$$

$$\Delta\phi_n = (2n + 1)\pi \rightarrow f_{min} = \frac{2n+1}{4\tau}$$

con  $n = 1, 2, 3, \dots$

**Cortocircuito:**

$$\Gamma = 1 \Rightarrow V_{0+} = -V_{0-} \rightarrow V = V_{0+}(1 - \cos(\Delta\phi))$$

Derivamos  $V$  con respecto de  $f$  e para buscar máximos hai que minimizar a función coseno e para buscar mínimos hai que maximizar a función coseno, o oposto a antes:

$$\Delta\phi_n = (2n + 1)\pi \rightarrow f_{max} = \frac{2n+1}{4\tau}$$

$$\Delta\phi_n = 2\pi n \rightarrow f_{min} = \frac{n}{2\tau}$$

con  $n = 1, 2, 3, \dots$

Tras isto, imos comparar os valores teóricos seguindo estas ecuacións co noso  $\tau$  e comparándoos cos obtidos experimentalmente.

Tipo	$f_{exp}$ (kHz)	$f_{teo}$ (kHz)
Máximo	947	926
Mínimo	1398	1389
Máximo	1857	1852
Mínimo	2367	2315
Máximo	2829	2778
Mínimo	3315	3241
Máximo	3858	3704
Mínimo	4264	4167
Máximo	4785	4630

Table 3: Frecuencias experimentais e teóricas, circuito en aberto

Tipo	$f_{exp}$ (kHz)	$f_{teo}$ (kHz)
Máximo	437	463
Mínimo	929	926
Máximo	1406	1389
Mínimo	1875	1852
Máximo	2332	2315
Mínimo	2839	2778
Máximo	3350	3241
Mínimo	3819	3704
Máximo	4321	4167
Mínimo	4862	4630

Table 4: Frecuencias experimentais e teóricas, cortocircuito

Vemos que en xeral, sobre todo no caso do terminal aberto, os datos son similares; no caso do cortocircuito difiren un pouco máis pero habería que ter en conta que o valor do retardo ten unha incertidumbre que da un marxe de error.

Para graficar as variacións de amplitude por frecuencia cos seus máximos e mínimos, procederemos.

Isto visto antes de maximizar a función coseno para obter as frecuencias máximas e viceversa, vaixe apreciar gráficamente ao ver que as ondas están desfasadas de sí  $\pi/2$ . O que faremos será representar gráficamente os puntos experimentais cun axuste da función, para o caso de cortocircuito e de liña libre.

O axuste será seguindo a función  $V = V_0(1 + e^{-\alpha 2lf} \cos(4\pi\tau f))$  que, para maior exactitude usaremos para o axuste:  $V = Ae^{-\alpha 2lf} \cos(4\pi\tau f) + B$  de aquí nada é de sorprenden salvo o término  $e^{-\alpha 2lf}$ , este é a disipación da liña, que é un decaemento exponencial (unidades [1/m], polo que multiplícase pola ida e volta da liña ( $2l$ )) que á vez se multiplica pola frecuencia, debido á resistencia AC e o efecto pelicular (e porque o axuste sen isto daba moi raro).

Relaciónase a ecuación coa velocidade de propagación polo retardo, xa que  $v = \frac{l}{\tau}$ .

Con isto dado, se graficamos temos:

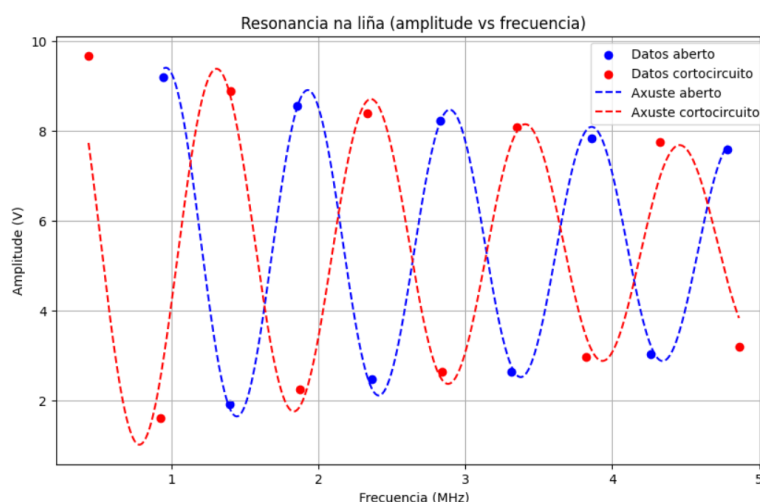


Figure 12: Esquema da resonancia da liña

Onde apréciase que á frecuencia na que un caso é máximo, no outro é mínimo, tal e como predicamos.

## 12 Atenuación da liña

A atenuación da amplitude co voltaxe a supoñemos como caída exponencial coa distancia do modo  $V(z) = V_0 e^{-\alpha z}$ . É evidente que no noso caso, ao percorrer toda a liña de ida e volta,  $z = 2l = 200\text{m}$  para o caso  $V(z = 2l)$ .

Dende ahí deducimos:

$$V_{max} = V_0 + V(z = 2l); \quad V_{min} = V_0 - V(z = 2l)$$

Que operando temos:

$$V_0 = \frac{V_{max} + V_{min}}{2}; \quad V(z = 2l) = \frac{V_{max} - V_{min}}{2}$$

Polo que, no noso caso, sacamos a constante  $\alpha$  de  $V(z = 2l) = V_0 e^{-\alpha 2l}$  así obtíndo:

$$\alpha = \frac{1}{2l} \ln\left(\frac{V_0}{V(z = 2l)}\right)$$

O que faremos será usar os datos de amplitude máxima e mínima do apartado anterior, que por cada máximo hai un mínimo que ambos se miden nunha mesma frecuencia (teórica, de forma práctica son frecuencias moi similares que supondremos idénticas). Por elo faremos unha táboa onde con istos datos obtenemos  $V_0$ ,  $V(z = 200\text{m})$  e  $\alpha$  a cada caso e despois o representaremos gráficamente  $\alpha$  fronte a  $f$  para facer unha regresión lineal e obter a constante na forma  $\alpha = a + bf$  así como o  $r$  (coeficiente de regresión) da regresión:

$f$ (kHz)	$V_{\max}$ (V)	$V_{\min}$ (V)	$V_0$ (V)	$V(200\text{m})$ (V)	$\alpha$ ( $\text{m}^{-1}$ )
947	9.20	1.60	5.40	3.80	0.00176
1398	8.88	1.92	5.40	3.48	0.00220
1857	8.56	2.24	5.40	3.16	0.00268
2367	8.40	2.48	5.44	2.96	0.00304
2829	8.24	2.64	5.44	2.80	0.00332
3315	8.08	2.64	5.36	2.72	0.00339
3858	7.84	2.96	5.40	2.44	0.00397
4264	7.76	3.04	5.40	2.36	0.00414
4785	7.60	3.20	5.40	2.20	0.00449

Table 5:  $\alpha$  según amplitudes para cada frecuencia

Se facemos a regresión lineal:

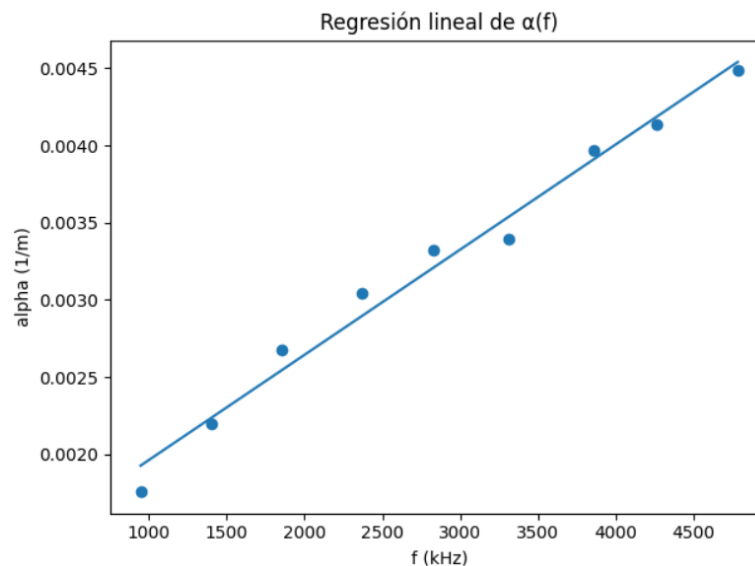


Figure 13: Regresión lineal para obter  $\alpha$

Obtemos cun coeficiente de regresión de  $r = 0.99135$ , que é considerablemente bo, a ecuación da constante:

$$\alpha = 1.282215 \cdot 10^{-3} + 6.810628 \cdot 10^{-7} f$$

### 13 Liña adaptada con sinal sinusoidal

Al poñer ao final da liña o adaptador de  $50\Omega$ , o que facemos é adaptar a liña, pois a resistencia dese adaptador é a mesma que a impedancia característica da liña, polo que  $\Gamma = 0$  así que non haberá máximos nin mínimos porque non hai onda estacionaria, tódala onda é nunha dirección.

Neste caso, variando a frecuencia, sería imposible encontrar máximos ou mínimos.

### 14 Impedancia característica da liña

Buscamos achar  $Z_0$ , a impedancia característica da liña de transmisión, e comparalo co "valor de fábrica" que se nos di que é  $50\Omega$ .

O que facemos é colocar ao final da liña un potenciómetro para ir variando manualmente a impedancia, ademais introducimos sinal cadrada, así, cando o potenciómetro equilibre su impedancia coa do cable, no haberá onda reflexada, é dicir, deberíamos ver no osciloscopio un sinal cadrado sen interferencias (ou con poca interferencia, é dicir, ver un cadrado, non unha forma extraña de dragón). Unha vez encontrado este punto, medimos co polímetro a resistencia del potenciómetro.

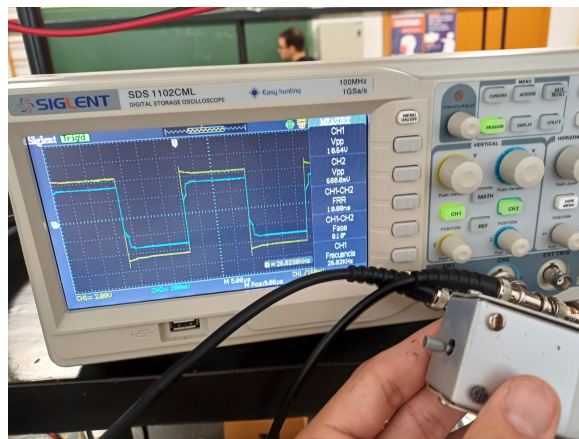


Figure 14: Impedancia do potenciómetro distinta ao do cable

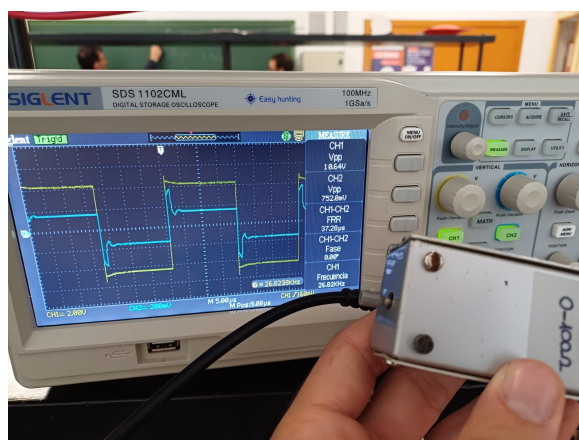


Figure 15: Impedancia do potenciómetro distinta ao do cable

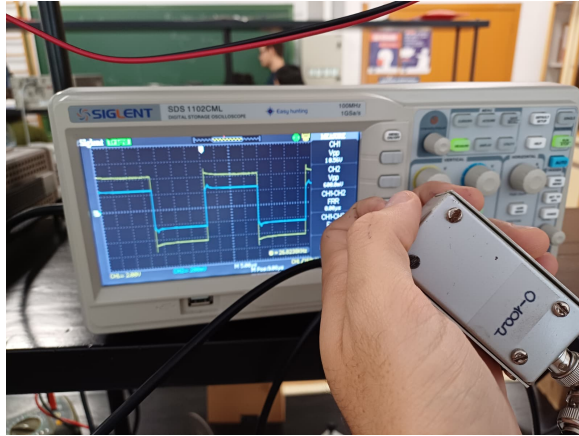


Figure 16: Impedancia do potenciómetro igual ao do cable

Feito isto, obtuvimos que o cable da liña tiña unha impedancia característica de  $52\Omega$ , moi similar aos  $50\Omega$  esperados.

## 15 Autoinducción da liña

Colocamos o xerador en sinal sinusoidal a  $30\text{ kHz}$  e a liña en cortocircuíto. Antes da liña colocamos unha resistencia de  $100\Omega$  para medir a voltaxe antes e despois da resistencia. Ao medir  $V_1$  e  $V_2$  e o desfase entre eles, podemos calcular a autoinducción da liña.

Medimos

$$V_1 = 6.88V; \quad V_2 = 536mV; \quad \phi = 313.7$$

Para poder achalo, partimos dun circuito con tres elementos en serie, a resistencia de  $100\Omega$ , a resistencia de liña e a inductancia:

$$V_1 = I(R + R_L + iwL); \quad V_2 = I(R_L + iwL)$$

Aplicando a lei de nodos:

$$\frac{V_1 - V_2}{R} = \frac{V_2 - 0}{R_L + iwL} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = 1 + \frac{R}{R_L + iwL} \approx \frac{R}{R_L + iwL}$$

Que aproximamos xa que  $R \gg R_L$  y  $R \gg wL$ . Tamén temos o valor  $R_L = 5\Omega$ .

Agora hai dous maneiras de encontrar a Inductancia, partindo dos módulos ou do desfase.

Para módulos:

$$\left| \frac{V_1}{V_2} \right|^2 = \frac{R^2}{R_L^2 + (wL)^2} \Rightarrow L = \frac{1}{w} \sqrt{\frac{R^2}{\left| \frac{V_1}{V_2} \right|^2} - R_L^2}$$

E co desfase:

$$\text{tg}(\phi) = \frac{-wL}{R_L} \Rightarrow L = -\frac{R_L \text{tg}(\phi)}{w}$$

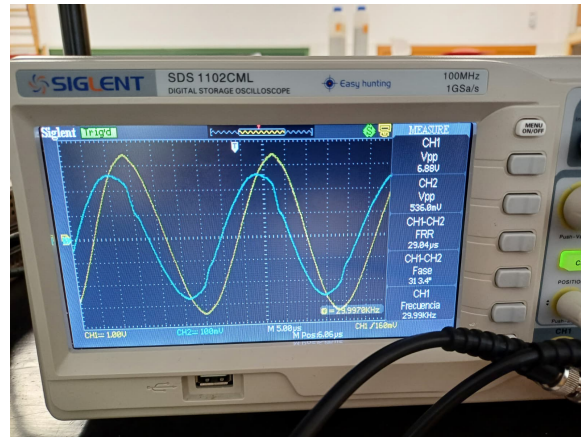


Figure 17: Medidas para a inductancia

De resultados obtidos teríamos:

$$L_{módulo} = 3.17 \cdot 10^{-5} H; \quad L_{desfase} = 2.78 \cdot 10^{-5} H$$

## 16 Capacidade da liña

Co mesmo tipo de sinal e mesma frecuencia, quitamos o cortocircuito e cambiamos a resistencia de  $100\Omega$  por unha de  $1k\Omega$ . Os datos obtidos agora son

$$V_1 = 9.84V; \quad V_2 = 4.56V; \quad \phi = 61.29$$

Volvemos a aplicar teóricamente nodos:

$$\frac{V_1 - V_2}{R} = \frac{V_2 - 0}{(1/i\omega C)} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = 1 + i\omega RC$$

Ao igual que antes, buscamos  $C$  mediante módulos e desfase. Mediante módulo:

$$\left| \frac{V_1}{V_2} \right|^2 = 1 + (\omega RC)^2 \Rightarrow C = \frac{1}{\omega R} \sqrt{\left| \frac{V_1}{V_2} \right|^2 - 1}$$

Por desfase:

$$\operatorname{tg}(\phi) = \omega RC \Rightarrow C = \frac{\operatorname{tg}(\phi)}{\omega R}$$

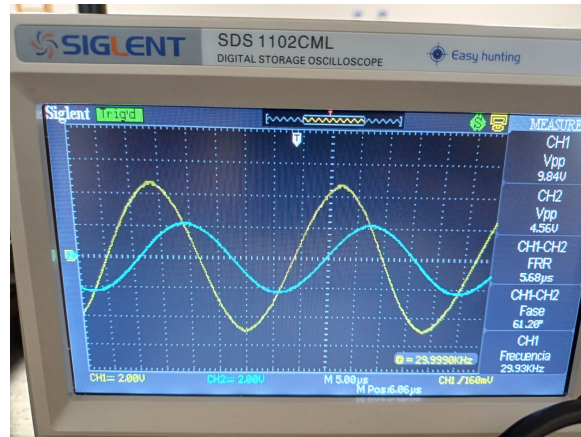


Figure 18: Medidas para a capacitancia

Los resultados obtidos entonces son:

$$C_{\text{módulo}} = 10.1nF; \quad C_{\text{desfase}} = 9.7nF$$

## 17 Desadaptación de entrada

Mantemos a montaxe do apartado anterior e cambiamos o tipo de sinal a cadrada. Estudiaremos o comportamento do sinal no circuito variando a frecuencia para os tres casos que coñecemos: terminal aberto, en cortocircuito e adaptada.

Pola composición do circuito, é importante calcular o coeficiente de reflexión na resistencia,  $\Gamma = \frac{R-Z_0}{R+Z_0} = \frac{1000-50}{1000+50} \approx 0.9$  que se traduce con que o 90% da sinal de entrada refléxase e un 10% cruza a resistencia. Agora, ese 10% chegará ao final da liña e, dependendo do caso, ou se reflexará do todo sen invertir (terminal aberto), reflexarase do todo invertida (cortocircuito), ou no reflexará nada (terminal adaptado). A súa vez, esta parte reflexada volverá ("ao volver") a encontrarse á resistencia; unha parte pasará e chegará ao comezo pero outra gran parte volverá a reflexarse e volver ao terminal e volver a poder pasar ou poder reflexarse e así as veces que faga falta. A cada distancia extra que percorre o sinal, gana retardo, aparte pode vir invertida ou no e tamén ao recorrer máis distancia, a súa amplitude inicial iráse disipando máis e máis.

No caso do circuito **aberto**,  $\Gamma = 1$ , o sinal refléxase do todo, o que teríamos aquí sería unha suma de sinais cadradas con retardo e menor amplitude, que si sumásemos, daríanos unha forma de nacho escalonado. O observado no osciloscopio é:

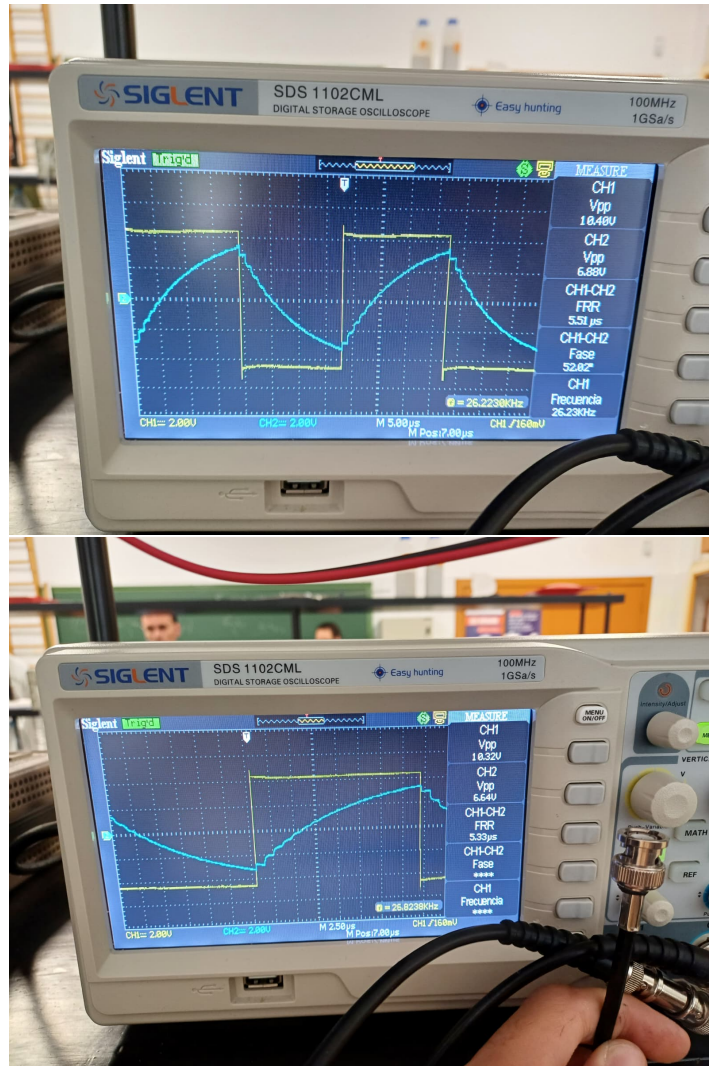


Figure 19: Desadaptación línea con terminal abierto

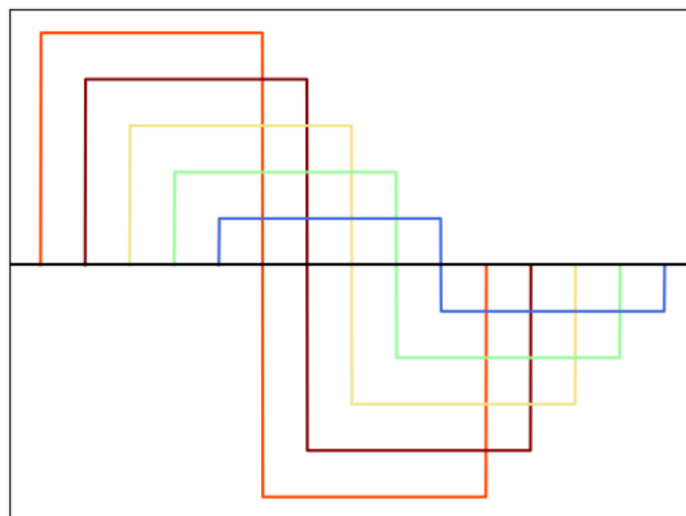


Figure 20: Esquema desadaptación línea con terminal abierto

Para **cortocircuito** en terminal,  $\Gamma = -1$ , o sinal vaise invirtindo a medida que "rebota" dentro do circuito, polo que produce uns máximos e mínimos retardados que se van disipando xa que este sinal vaise potenciando moito ou anulando moito a medida que se disipa e perde amplitude; poderíase describir case como un paquete de ondas. Apreéciase no osciloscópio:

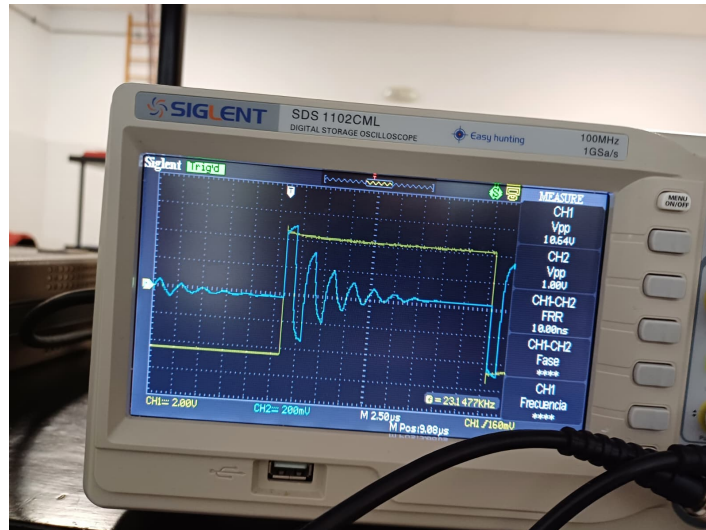


Figure 21: Desadaptación liña con cortocircuito

Co extremo **adaptado**,  $\Gamma = 0$ , non hai onda reflexada, polo que é moi similar á onda emitida, esto é salvo pola desadaptación da resistencia, que fai que unha parte si se reflexe, por iso vese un pequeno "pico" ao comenzo, apenas hai deformación.

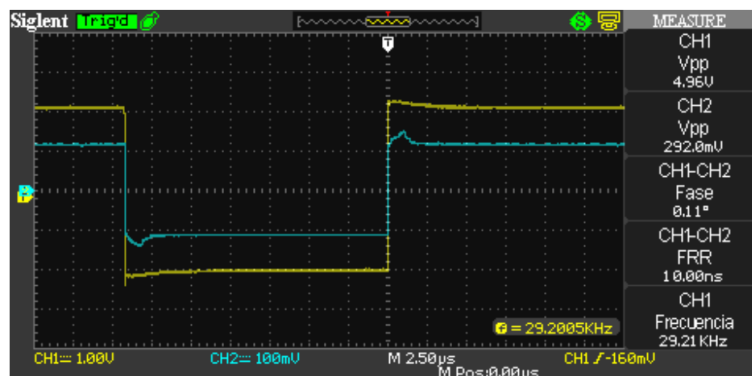


Figure 22: Desadaptación liña adaptada

Vemos que afecta considerablemente a resposta según o terminal que situemos ao final da liña; agora ben, a frecuencia non afecta ao retardo (como vimos antes) polo que a figura se mantén idéntica **salvo** pola perda de amplitude que depende da frecuencia.  $\alpha = \alpha(f)$ , é dicir, so o tamaño ou a agresividade do cambio de tamaño no eixe das amplitudes é o que pode variar coa frecuencia (bueno, aparte da evidente frecuencia do sinal, pero con isto queríamos recalcar que o retardo mantéñese constante, seus escalóns non varían).

É máis fácil apreciarlo con imáxenes:



Figure 23: Desadaptación liña con terminal aberto a alta frecuencia

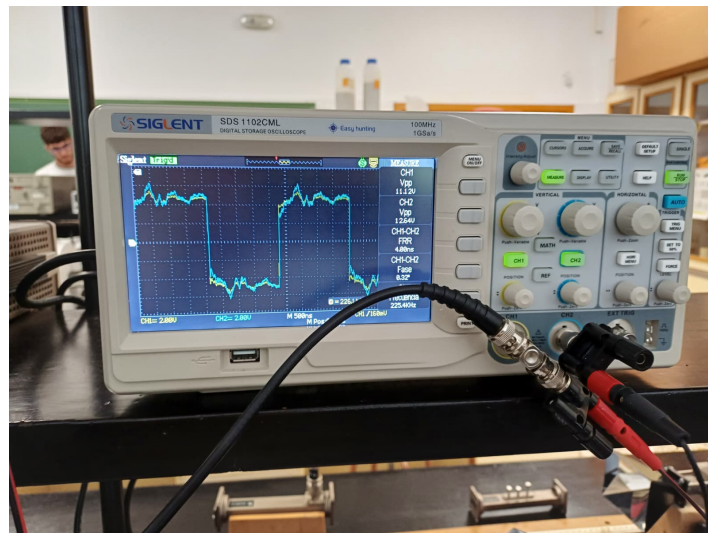


Figure 24: Desadaptación liña adaptada a alta frecuencia

Pode parecer que si cambia considerablemente a forma, pero é o dito, cambia o marco e o pincel, a pintura é a mesma vista "dende outro ángulo". Na segunda imaxe xa non se ve tan similar á súa forma orixinal, chéase de ruído a sinal e esta reflexión inicial poténciase e distorsionase.

Este último apartado pode ter finalidade práctica, pois medindo o retardo (cos "escalóns") poderíamos averiguar en que posición do cable ocorre a desadaptación.

# Propagación de microondas no espazo libre

## 1. Introducción e obxectivos

Ao longo desta práctica, o noso obxectivo principal será estudar as distintas propiedades das microondas (ondas electromagnéticas con frecuencia entre 300 MHz e 30GHz) no espazo libre. Para iso, dispoñemos dunha sonda de campo  $\vec{E}$ , que nos proporciona un valor eficaz de voltaxe proporcional a  $|\vec{E}|^2$ .

## 2. Propiedades fundamentais dos campos de microondas

### 2.1. Polarización do campo electromagnético diante dunha antena de bucina

Nesta primeira parte da práctica, estudaremos a polarización de ondas, verificando a Ley de Malus. Para isto, mediremos os valores do campo que pasa a través das bandas de polarización de un disco polarizador lineal colocado entre a nosa fonte e a sonda. Este disco presenta numerosas bandas de metal paralelas e moi próximas entre elas, que provocan que únicamente poida pasar a través del a compoñente trasversal do campo eléctrico, xa que as barras metálicas absorben a compoñente lonxitudinal do campo. Ademais, cando o campo incide na sonda de medida, esta só mide a compoñente que incide sobre ela, tal e como se mostra no seguinte esquema:

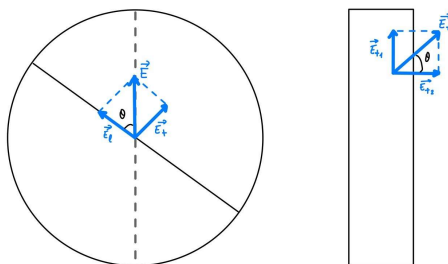


Figura 1: Polarización do campo  $\vec{E}$  e medida na sonda

O campo que lle chega á sonda será  $E_{t1} = E \sin^4 \theta$ , mais como a sonda nos da unha voltaxe proporcional ao módulo cadrado ( $U \propto |E|^2$ ), a voltaxe medida será:

$$U(\theta) = U_0 \sin^4 \theta \quad (1)$$

Esta é a ecuación de Malus. A expresión 1 é válida cando o polarizador e a sonda están en posición vertical. Na segunda parte deste experimento, colocaremos a sonda en

posición horizontal, polo que mediremos a compoñente  $E_{t2}$  da figura 1, quedando a lei de Malus como:

$$U(\theta) = 4U_0 \cos^2 \theta \sin^2 \theta \quad (2)$$

Na práctica, colocaremos o polarizador entre o emisor de microondas e a sonda de campo  $\vec{E}$ , que estarán separados unha distancia de 30 cm.

A continuación presentamos en dúas táboas os datos recollidos para o experimento coa sonda en vertical e con ela en horizontal, poñendo ademais unha terceira columna na que normalizamos os datos da voltaxe tomando como factor de normalización o maior dos valores obtidos:

$\theta$ ( $^\circ$ )	V	$V/V_{max}$
0	0,46	0,0417
10	0,36	0,0326
20	0,37	0,0335
30	1,35	0,1224
40	3,91	0,3545
50	6,7	0,6074
60	8,76	0,7942
70	10,36	0,9393
80	11,03	1,0000
90	11,03	1,0000
100	11,02	0,9991
110	10,66	0,9665
120	9,11	0,8259
130	6,9	0,6256
140	4,15	0,3762
150	1,33	0,1206
160	0,34	0,0308
170	0,33	0,0299
180	0,4	0,0363

Datos recollidos para a polarización vertical

$\theta$ ( $^\circ$ )	V	$V/V_{max}$
0	0,28	0,0450
10	1,55	0,2492
20	4,18	0,6720
30	5,78	0,9293
40	6,22	1,0000
50	6,1	0,9807
60	5,1	0,8199
70	3,22	0,5177
80	1,13	0,1817
90	0,31	0,0498
100	1,02	0,1639
110	2,94	0,4727
120	4,62	0,7428
130	5,59	0,8987
140	5,89	0,9469
150	5,32	0,8553
160	4,04	0,6495
170	1,33	0,2138
180	0,27	0,0434

Datos recollidos para a polarización horizontal

Na seguinte gráfica, representamos os datos obtidos para a sonda colocada verticalmente e o seno á cuarta potencia do ángulo:

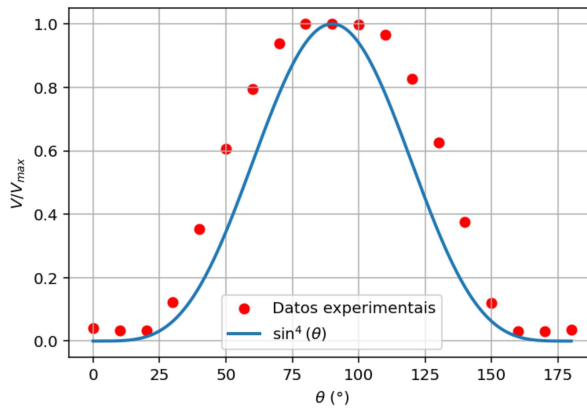


Figura 2: Lei de Malus sonda vertical

Os datos graficados seguen o comportamento esperado, directamente proporcional á cuarta potencia do seno do ángulo. En  $\theta = 0^\circ$  ou  $\theta = 180^\circ$ , as bandas metálicas do polarizador atópanse en sentido vertical, co que a compoñente trasversal do campo transmitida é practicamente nula. Como ademais se ten que descompoñer de novo ao chegar á sonda, o campo medido debe ser aínda menor. No caso dos datos experimentais, temos un valor algo maior que cero, probablemente polo ruído de fondo do laboratorio. Para  $\theta = 90^\circ$ , as bandas metálicas do polarizador están en posición horizontal, e case toda a enerxía da onda será transmitida, tal e como se ve na gráfica.

Ahora recollemos nunha gráfica os datos obtidos ao colocar a sonda en sentido horizontal, cuxo comportamento debe cumprir a relación 2.

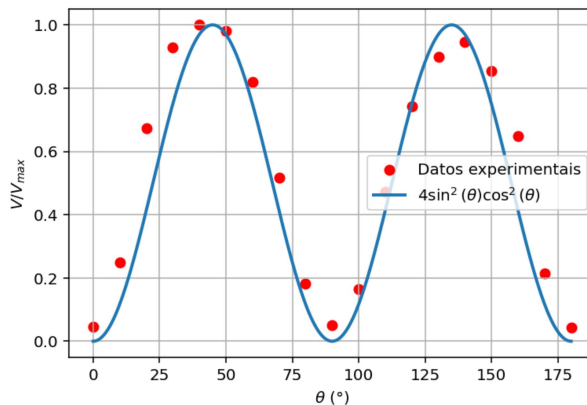


Figura 3: Lei de Malus sonda horizontal

Os datos obtidos coinciden co comportamento esperado. Apreciamos que, de novo, os valores experimentais non chegan a cero, e que o segundo máximo é algo menor que o primeiro. Este erro podemos atribuílo de novo á interferencia con outras ondas do laboratorio. En  $\theta = 0^\circ$ , só pasan ondas polarizadas verticalmente, e como temos o receptor en horizontal, non as detecta. Para  $\theta = 45^\circ$  e  $\theta = 135^\circ$ , temos os máximos, xa que é cando as compoñentes verticais e horizontais son iguais.

Despois de comprobar que ambos comportamentos eran os esperados, podemos afirmar que comprobamos con efectividade a polarizabilidade de unha onda electromagnética.

## 2.2. Medición da distribución do campo diante dunha antena de bucina

Para esta parte, mediremos a distribución do campo diante dunha antena de bucina, neste caso sen ningún tipo de polarizador entre a sonda e o emisor. Estudaremos como varían as compoñentes transversal e lonxitudinal respecto a bucina, para o cal diferenciaremos dous casos: o campo cercano, onde a distribución do campo é complexa, e o campo lonxado, onde a densidade de potencia cumpre a relación  $S \sim r^{-2}$ . Como sabemos que  $S \propto |E|^2$ , a voltaxe tamén cumprirá  $U \sim r^{-2}$ .

Para comprobar a distribución transversal do campo, colocamos a sonda a 10 cm e 20 cm do emisor, e tomamos medidas en dirección perpendicular ao eixo que une a sonda e o emisor. Por outra banda, para medir a forma do campo lonxitudinal colocamos a sonda no eixo da bocina e variamos a distancia entre ambas.

Obtivemos os seguintes datos:

Lonxitudinal		Transversal (Z=10 cm)		Transversal (Z=20 cm)	
d (cm)	V (V)	d (cm)	V (V)	d (cm)	V (V)
10	4.75	-28	0.27	-28	0.27
14	3.27	-24	0.28	-24	0.28
18	2.83	-20	0.28	-20	0.28
22	2.15	-16	0.29	-16	0.33
26	2.01	-12	0.31	-12	0.53
30	1.78	-8	0.40	-8	1.09
34	1.37	-4	1.70	-4	1.98
38	1.30	0	4.24	0	2.34
42	0.98	4	2.67	4	1.80
46	1.09	8	0.56	8	0.96
50	0.69	12	0.29	12	0.46
54	0.75	16	0.29	16	0.32
58	0.67	20	0.27	20	0.29
62	0.66	24	0.27	24	0.28
66	0.48	28	0.27	28	0.28
70	0.41				
74	0.41				
78	0.51				
82	0.41				

Representando estos valores, obtemos as seguintes gráficas:

No caso do campo transversal, a pesar de ter collido relativamente poucos datos,

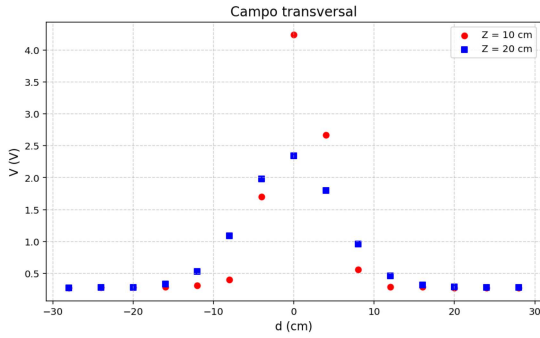


Figura 4: Campo transversal

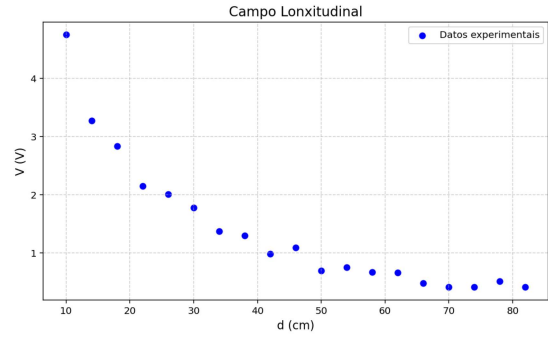


Figura 5: Campo lonxitudinal

podemos apreciar perfectamente a tendencia que segue. Vemos que en torno ao cero hai unha distribución do campo simétrica, e que canto máis nos separamos do eixo da bucina o campo diminúe.

O campo lonxitudinal, tal e como era esperado, decrece a medida que nos separamos do eixo. Ademais, podemos apreciar o carácter de  $1/r^2$  que ten o campo lonxano.

### 2.3. Interferencia das ondas. Ondas estacionarias. Determinación da lonxitude de onda no vacío

Colocamos unha placa metálica entre a antena de bucina e a sonda, perpendicular á dirección de propagación. Entre a onda reflexada (o metal actúa como reflector) e a incidente, prodúcese un fenómeno de interferencia, e como as amplitudes das ondas son iguais, formárase unha estacionaria.

Fomos desprazando a sonda e anotando as distancias respecto da bucina nas que había máximos e mínimos, anotando tamén as voltaxes correspondentes. Obtivemos os seguintes datos:

d (cm)	V (V)
61.8	0.44
61.0	2.26
60.2	0.42
59.5	2.30
58.6	0.52
57.9	2.31

Cuadro 1: Datos experimentales adicionales

Representamos estes valores, engadindo unha interpolación entre eles para ver o comportamento da onda:

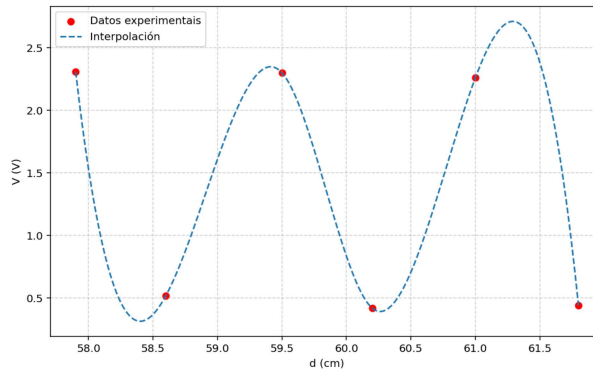


Figura 6: Datos experimentais da onda estacionaria

Na gráfica podemos observar o comportamento ondulatorio dos datos medidos, e podemos medir a lonxitude de onda, sabendo que os máximos e os mínimos aparecen a unha distancia de  $\lambda/2$ :

$$\frac{\lambda}{2} = 1,58\text{cm} \longrightarrow \lambda \approx 3,16\text{cm}$$

Trátase dun valor esperado polo tipo de ondas coas que traballamos, xa que as microondas teñen unha lonxitude de onda da orde de  $10^{-2}\text{m}$ .

## 2.4. Propagación das ondas nas substancias dieléctricas

Neste apartado queremos estudar a propagación das ondas electromagnéticas nos medios dieléctricos. Para iso, estableceremos o índice de refracción dunha placa de PVC de 20 mm de espesor.

A velocidade de propagación das ondas varía dependendo do medio no que se atopen, polo que aconteceralle o mesmo á súa lonxitude de onda. A relación entre a lonxitude de onda  $\lambda$  nun medio de índice  $n$  e no vacío  $\lambda_0$ , ven dada por:

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n} \quad (3)$$

Para calcular este  $n$  no noso medio dieléctrico, empregaremos a seguinte ecuación:

$$n = 1 + \frac{D}{d} \quad (4)$$

Onde  $d$  é o grosor do medio dieléctrico e  $D$  é o desprazamento do nodo de intensidade do campo. Obtivemos un desprazamento entre máximos de  $D = 12$  mm, polo que:

$$n = \frac{12}{20} + 1 = 1,6$$

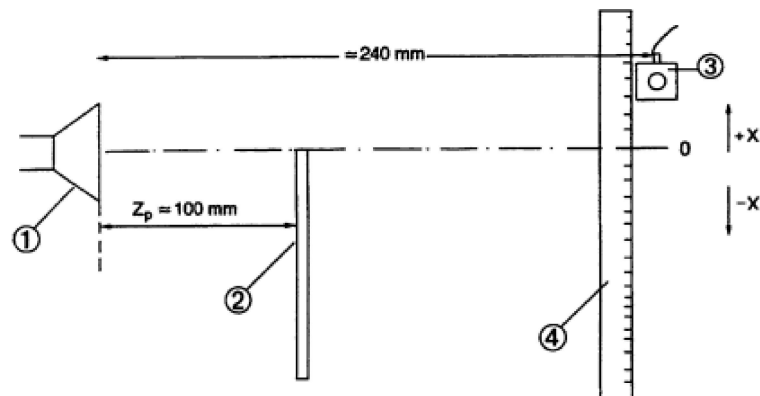
Buscamos o valor teórico do índice de refracción do PVC, e resultou ser aproximadamente  $n = 1,5$ . Damos por válido o noso resultado, xa que podemos atribuírle a diferenza co teórico a que non tivemos en conta a temperatura do PVC, a imprecisión das medidas de distancia, etc.

### 3. Comportamento cuasióptico das ondas

#### 3.1. Difracción nun borde

Nesta sección, colocamos unha placa de metal de forma que o seu borde coincida co eixo lonxitudinal da bucina, e medimos coa sonda as voltaxes variando a distancia. Comprobaremos así o principio de Huygens, que di que cada punto dun frente de ondas é punto de partida para unha onda elemental que se propaga de forma esférica, é dicir, producirase difracción no borde da placa metálica.

Realizamos a seguinte montaxe experimental, e variamos a sonda obtendo os datos que aparecen na táboa contigua:



x (mm)	V (V)
50	9.82
40	9.66
30	9.27
20	8.55
10	7.59
0	6.30
-10	5.39
-20	4.15
-30	2.55
-40	1.33
-50	0.88
-60	0.66
-70	0.52
-80	0.43
-90	0.35
-100	0.32

Cuadro 2: Táboa de distancias fronte a voltaxes

Representamos os datos recollidos na seguinte gráfica:

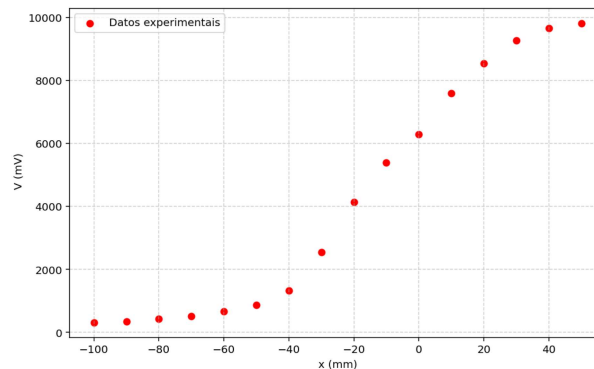


Figura 7: Representación do voltaxe medido

Situamos o borde da placa en  $x = 0$  mm, e podemos apreciar que cando nos situamos detrás da placa (valores negativos da posición), hai unha caída de potencial considerable, pero sen chegar a ser nulo ou despreziable. Isto explícase coa lei de Huygens, que era a que buscábamos comprobar.

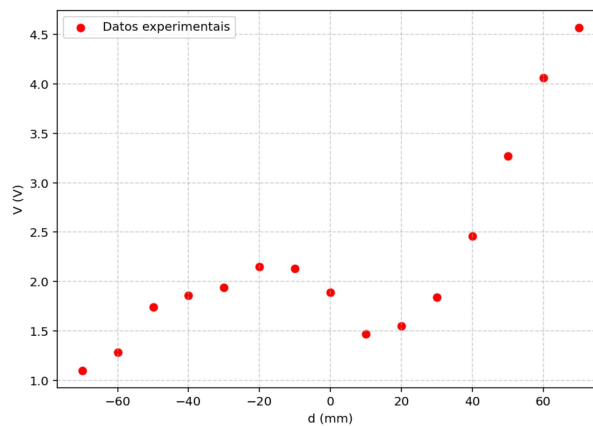
### 3.2. Difracción nun obstáculo

Nesta parte estudaremos como se difractan as microondas ao colocar unha placa metálica no eixo lonxitudinal da bucina, como un obstáculo. Colocarémola a 30 cm da

bucina, e a sonda a 30 cm dela. Movemos a sonda no eixo transversal, e anotando os distintos valores de voltaxe obtivemos:

d (mm)	V (V)
-70	1,10
-60	1,28
-50	1,74
-40	1,86
-30	1,94
-20	2,15
-10	2,13
0	1,89
10	1,47
20	1,55
30	1,84
40	2,46
50	3,27
60	4,06
70	4,57

Representamos os datos obtidos na seguinte gráfica:



Con esta gráfica dámonos conta de que tomamos menos datos dos que deberíamos. Apreciamos un máximo local próximo a  $d = 0$  mm, que se debe á interferencia constructiva das ondas difractadas en ambos extremos do obstáculo. Á dereita deste máximo atopámonos un mínimo (que deberíamos apreciar ao outro lado tamén, tomando máis datos) que representa a zona de sombra da placa metálica, é dicir, a interferencia destructiva.

O fenómeno da difracción nos extremos acentúase a medida que aumentamos a distancia entre o foco emisor e o obstáculo, debido á lonxitude de onda das microondas, aínda que no noso experimento non o podemos apreciar pola falta de datos.

### 3.3. Difracción nunha fenda simple

Para este apartado creamos unha fenda con dúas placas metálica separadas a distancias  $D = 4$  cm na primeira toma de datos, e  $D = 6$  cm na segunda. Con isto, buscamos comprobar que ao irradiar microondas sobre ela, na sombra xeométrica aparecerá un patrón de máximos e mínimos na voltaxe. Isto explícase polo principio de Huygens, xa que ao chegar á fenda, cada un dos bordes dela convértese nun novo punto emisor de ondas, provocando que poidan interferirse. A interferencia será construtiva nalgúns puntos, obtendo máximos, e destrutiva noutros nos que obteremos mínimos.

As ecuacións que determinan en que ángulos se producen os mínimos e os máximos do campo son, respectivamente:

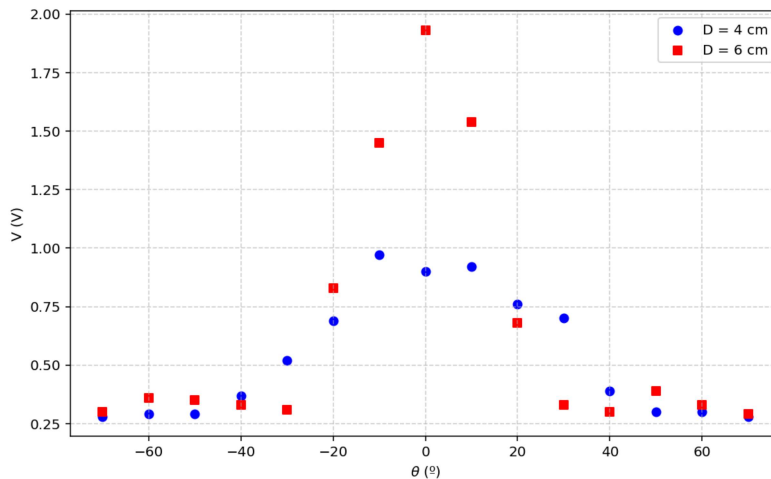
$$\sin \theta_m = m \frac{\lambda_0}{D} \quad (5)$$

$$\sin \theta_n = n \frac{\lambda_0}{2D} \quad (6)$$

Para medir este comportamento, poñemos as placas a 20 cm do emisor e logo a sonda detrás das placas para medir as voltaxes. Movendo a sonda para variar o ángulo de difracción, anotamos as voltaxes, obtendo os seguintes datos:

$\theta$ (°)	V(V) para D=4 cm	V(V) para D=6 cm
70	0,28	0,29
60	0,30	0,33
50	0,30	0,39
40	0,39	0,30
30	0,70	0,33
20	0,76	0,68
10	0,92	1,54
0	0,90	1,93
-10	0,97	1,45
-20	0,69	0,83
-30	0,52	0,31
-40	0,37	0,33
-50	0,29	0,35
-60	0,29	0,36
-70	0,28	0,30

Facendo a representación gráfica:



Podemos ver que para unha fenda de maior amplitude, a función faise máis estreita, en relación directa coa ecuación para obter os máximos: ao ser a distancia maior, a fracción  $\frac{m\lambda_0}{D}$  será menor, facendo tamén menor o seno, diminuindo as distancias entre máximos. Polo tanto, os datos obtidos foron satisfactorios.

### 3.4. Lei da refracción

Imos comprobar a existencia de refracción para as microondas. A refracción das ondas electromagnéticas ven dada pola lei de Snell:

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta \quad (7)$$

Sendo  $\alpha$  o ángulo de incidencia e  $\beta$  o ángulo de refracción.

Colocaremos un semicilindro cheo de area de cuarzo diante do emisor de ondas, e veremos como cambia o ángulo de refracción en función do ángulo de incidencia. Polo tanto, o índice de refracción  $n_2$  será o do aire,  $n_2 \approx 1$ , convertindo a expresión 7 na seguinte:

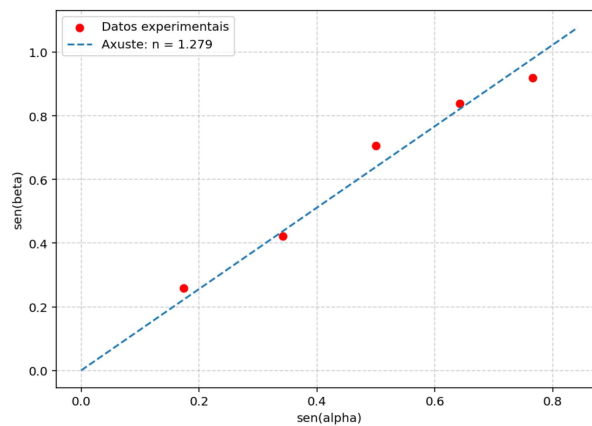
$$n \sin \alpha = \sin \beta \quad (8)$$

A través desta expresión calcularemos a  $n$  da area de cuarzo, cos datos recollidos na seguinte táboa:

$\alpha$ (°)	$\beta$ (°)	$\text{sen}(\alpha)$	$\text{sen}(\beta)$	<b>n</b>
0	0	0	0	-
10	15	0,17	0,26	1,53
20	25	0,34	0,42	1,24
30	45	0,50	0,71	1,42
40	57	0,64	0,84	1,31
50	67	0,77	0,92	1,19

En todos os casos, o ángulo de refracción aumenta a medida que o fai o de incidencia. Buscamos o valor teórico do índice de refracción da area de cuarzo, e atopamos que é de 1,52. Os nosos datos non nos dán un valor moi próximo (a media é de 1,34), pero podemos atribuílo a moitos erros na realización da práctica, como as interferencias do medio ou a posible inconsistencia na posición dos elementos da montaxe.

Facemos un axuste lineal a partir da expresión 8, e obtemos o seguinte:



Con este axuste, obtemos un valor do índice de refracción da area de  $n = 1,28$ , que se alonxa aínda máis do dato teórico, aínda que o axuste resulta ser satisfactorio.

### 3.5. Efecto focalizador dos corpos de cuarzo convexos

Este é un apartado cualitativo. Para comprobar o efecto focalizador de obxectos recheos de area, colocamos o obxecto biconvexo a certa distancia, e medimos a sinal coa peza focalizadora e logo sen ela.

Obtivemos os seguintes valores e unha distancia focal de  $f' = 18\text{cm}$ :

$$V_1 = 4,1 \text{ V}$$

$$V_2 = 0,76 \text{ V}$$

Verifícase así a focalización do campo ao atravesar a lente biconvexa con area de cuarzo. Os frentes de onda que chegan paralelos ao eixo óptico da lente concéntranse nun punto, de xeito que se retiramos a lente a voltaxe medida é menor.

### 3.6. Reflexión total

Neste apartado centrarémonos no fenómeno de reflexión total. Este prodúcese cando na superficie de separación dun medio con maior índice de refracción (area, no noso caso) a un medio con menor índice de refracción (aire) toda a onda incidente se reflexa, é dicir,

non hai onda refractada. Sucede a partir de un certo ángulo incidente, denominado ángulo crítico, que atopamos a través da Lei de Snell tendo en conta que  $\theta_2 = 90^\circ$ :

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \rightarrow \theta_c = \arcsin \frac{n_2}{n_1} \quad (9)$$

Experimentalmente, aplicamos unha onda coa bocina pegada á cara curva do semi-cilindro cheo de area, e coa sonda medimos na mesma cara ata atopar o valor máximo, cuxa posición será  $\alpha'$ . Recollemos os valores medidos na seguinte táboa:

$\alpha$ (°)	$\alpha'$ (°)	U (V)
20	20	0,46
30	30	0,39
40	50	1,32
50	55	1,68
60	65	1,26
70	75	1,35
80	85	0,59

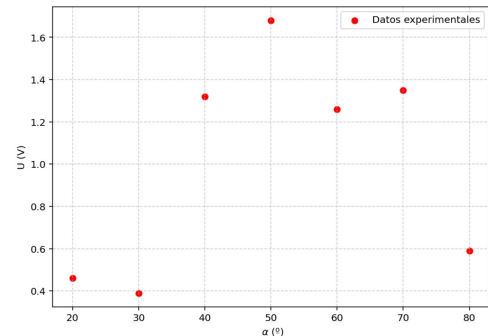


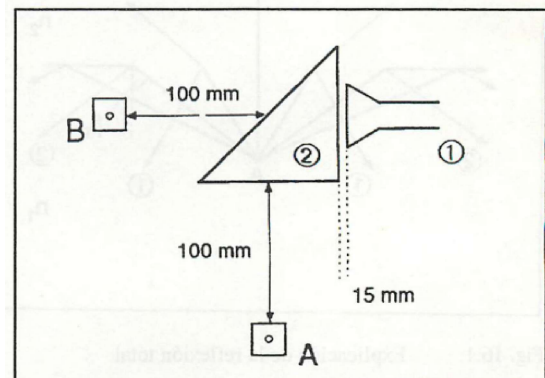
Figura 8: Voltaxe máxima fronte ao ángulo de incidencia

Na gráfica 8 apreciase que a partir dos  $40^\circ$  o valor do voltaxe comézase a saturar, alcanzando un valor máis alto en  $\alpha = 50^\circ$  e outro máis baixo en  $\alpha = 80^\circ$ , polo que aproximamos que o ángulo crítico é algún próximo aos  $40^\circ$ .

### 3.6.1. Desprazamento Goos-Hänchen

A reflexión realmente non se produce sobre a superficie de separación, senon que ocorre nunha superficie paralela imaxinaria situada a tres ou catro lonxitudes de onda de profundidade no cilindro. Isto é coñecido como o desprazamento de Goos-Hänchen.

No laboratorio colocamos un prisma de PVC de forma que as microondas incidan á metade de unha das caras ortogonais e se produza reflexión total (montaxe da figura). Mediremos o voltaxe nas dúas posicións indicadas, A e B. No punto A, medimos  $V_A = 2,9$  V, mentras que no punto B (a 10 cm do centro da hipotenusa) obtivemos  $V_B = 0,3$  V.



Volvemos a colocar a sonda na posición A, para probar que acontecería se colocamos a man na superficie da hipotenusa. O resultado foi que obtivemos  $V_A = 1,5$  V, que se

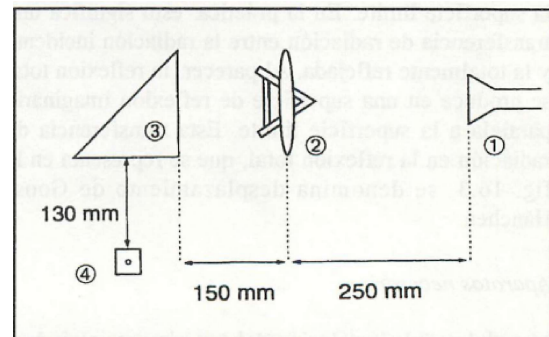
explica porque a nosa man “absorbe” parte das microondas no plano imaxinario, o que provoca que non se reflexe toda a onda, tal e como predí o desprazamento Goos-Hänchen.

Para evitar esta perda de enerxía colocamos unha placa de metal no lugar que ocupaba a hipotenusa do prisma, interpoñéndose entre o prisma e a man. O resultado foi que medimos en A un voltaxe de  $V_A = 2,7 \text{ V}$ , semellante ao valor obtido en A na primeira medida. Isto ocorre porque, pola baixa lonxitude de penetración dos metais, a placa reflexa a totalidade das microondas que inciden na súa superficie.

Así, demostramos experimentalmente o desprazamento Goos-Hänchen.

### 3.6.2. Principio do anteollo prismático

Reproduciremos o principio do anteollo prismático cunha lente biconvexa chea de area de cuarzo e un prisma de PVC. O que fai o montaxe da figura é unir a reflexión total que ocorre no prisma co efecto focalizador da lente biconvexa.



Medimos o campo na posición A análoga ao apartado anterior, obtendo  $V = 3,1 \text{ V}$ . Trátase dun valor maior ao medido sen a lente, xa que, en ausencia da lente, o campo non está focalizado nun único punto da hipotenusa. Se retiramos o prisma, a voltaxe medida en A é practicamente nula, xa que a onda segue unha dirección única focalizada pola lente.

O que permite este dispositivo é dirixir as ondas electromagnética nunha determinada dirección a través de lentes e prismas.

## 4. Propagación a través de condutores

Nesta parte da práctica, o noso obxectivo é comparar a propagación das ondas polo sistema de condutores de Lecher coa propagación no espazo libre.

### 4.1. Liña de Lecher

Dous condutores paralelos forman unha condución dobre que se coñece como liña de Lecher. No noso caso, a liña de Lecher utilizada serán dous cables de diámetro de 3 mm aproximadamente e separados 10 mm entre si. Establecemos unha onda estacionaria coa

lámina metálica situada na súa terminación, de xeito que a onda se reflexe, como se ve na seguinte fotografía da montaxe:

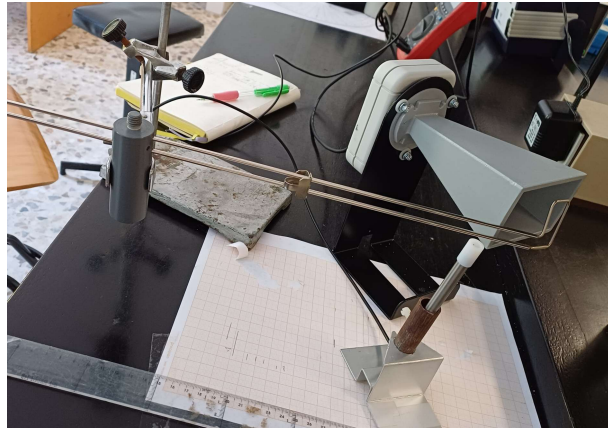


Figura 9: Montaxe experimental para a liña de Lecher

Medimos coa sonda de campo E o campo ao longo da conducción e anotamos os valores dos voltaxes máximos e mínimos, así como a súa posición, tal e como recolleemos na seguinte táboa:

x (mm)	U (V)
0	3,09
11	0,39
20	2,90
25	0,42
35	3,30
42	0,46

Representamos na figura 10 os datos obtidos.

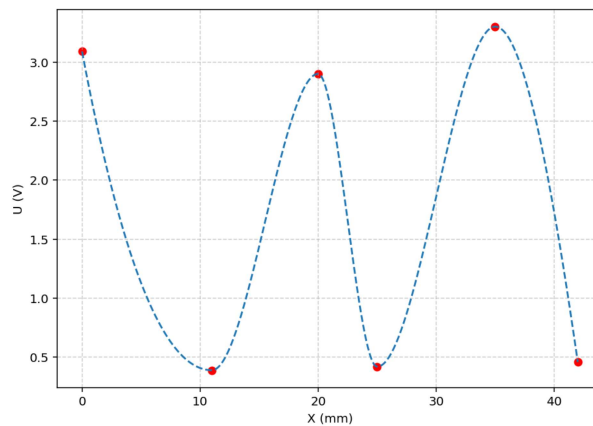


Figura 10: Representación dos voltaxes medidos para a onda estacionaria xenerada na liña de Lecher

Tendo en conta que nunha onda estacionaria a distancia entre un máximo e outro máximo (ou entre dous mínimos) coincide con un medio da lonxitude de onda  $\lambda$ , determinouse a lonxitude de onda facendo un promedio das distancias.

$$\frac{\lambda}{2} = d \quad (10)$$

No noso caso, obtivemos:

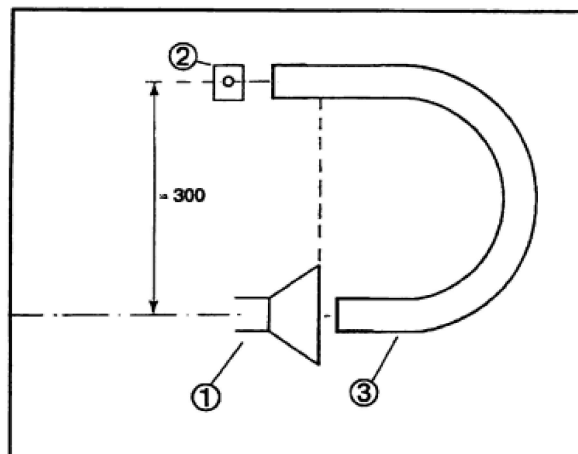
$$d = 16,5 \text{ mm}$$

$$\lambda = 2d = 33 \text{ mm}$$

O resultado da lonxitude de onda é da orde de  $10^{-2}$  m, que se atopa dentro do rango das microondas.

## 4.2. Condución de microondas nunha condución metálica oca

Neste apartado avaliaremos de forma cualitativa a efectividade dunha condución metálica oca. Para isto, temos un condutor flexible de forma tubular que conectaremos por un dos seus extremos á antena da bobina, e polo outro apuntaremos á sonda de campo E, como se mostra na seguinte figura:



Cando medimos o voltaxe obtido ao final do condutor, o valor era moito máis alto que o que obtivemos para a onda propagándose polo espazo libre. Isto ocorre porque, cando a onda se propaga sen o condutor, tende a abrirse e, polo tanto, baixar a súa intensidade no sentido da propagación. Non obstante, cun condutor podemos guiar a onda sen case perdas de enerxía.

Queda así comprobada a efectividade desta montaxe para unha condución con pouca atenuación da intensidade das ondas.

## 5. Aplicación das microondas

Ao longo deste informe estudamos as distintas propiedades das microondas. Para rematalo, veremos unha aplicación moi coñecida deste tipo de ondas.

### 5.1. Radar Doppler

Coñécese como efecto Doppler ao cambio de frecuencia da onda reflexada ao incidir sobre un obxecto en movemento. O que fixemos para estudar este efecto foi colocar unha lámina metálica en fronte da antena emisora, provocando a formación dunha onda estacionaria entre elas, e posteriormente movela. A través da diferenza de frecuencias  $\Delta f$  que mediremos no osciloscopio, comparándoa coa frecuencia emitida pola antena ( $f_0 = 10$  GHz), poderemos determinar a velocidade á que se está movendo a lámina a través da seguinte expresión:

$$v = c \frac{\Delta f}{2f_0} \quad (11)$$

Na seguinte táboa recolleemos os valores anotados no laboratorio, e os resultados de  $v$  aplicando a ecuación 11:

T (ms)	$\Delta f$ (Hz)	v (m/s)
20	50	0,75
24	41,6	0,62
38	26,3	0,40

Cuadro 3: Velocidades da lámina condutora determinadas co radar Doppler

Este método é o mesmo que se emprega nos radares das calzadas. Grazas a un emisor de sinais, podese atopar a velocidade coa que se move un corpo no que as ondas se reflexan.

# Propagación en condutores

## 1. Introducción e obxectivos

Nesta práctica imos analizar a atenuación das ondas electromagnéticas ao propagarse por un medio condutor.

Partimos da ecuación de ondas nun medio condutor:

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \mu\sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad (1)$$

a cal podemos reescribir da seguinte maneira:

$$\nabla^2 \mathbf{E} + \mu\omega (\varepsilon\omega - i\sigma) \mathbf{E} = 0, \quad (2)$$

Definimos  $k^2$ , unha constante de propagación complexa como:

$$k^2 = \mu\omega (\varepsilon\omega - i\sigma) = (\beta - i\alpha)^2, \quad (3)$$

Substituíndo teríamos:

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = 0 \quad (4)$$

Logo, unha solución da ecuación de ondas do campo eléctrico para unha onda plana é:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{\pm i\mathbf{k}\mathbf{r}} \quad (5)$$

E reescribindo obteríamos:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_+ e^{-\alpha z} e^{-i\beta z} + \mathbf{E}_- e^{\alpha z} e^{i\beta z}, \quad (6)$$

Que se trata da suma de dúas ondas, unha propagándose cara a dereita e outra cara a esquerda. A parte real  $\beta$  sería o vector de onda no medio, e a imaxinaria,  $\alpha$ , a atenuación de onda, da cal podemos definir a súa inversa, a profundidade de propagación:

$$\delta = \frac{1}{\alpha} \quad (7)$$

Se o medio se trata dun bo condutor, é dicir, se  $\sigma \gg \omega\varepsilon$ , entón:

$$\alpha = \beta = \sqrt{\frac{\mu\omega\sigma}{2}}, \quad \delta = \sqrt{\frac{2}{\mu\omega\sigma}} \quad (8)$$

## 2. Montaxe

Nos imos empregar nesta práctica unha montaxe consistente de tres solenoides concéntricos. O externo serve para xenerar o campo (solenoides de campo), e os dous interiores para medilo.

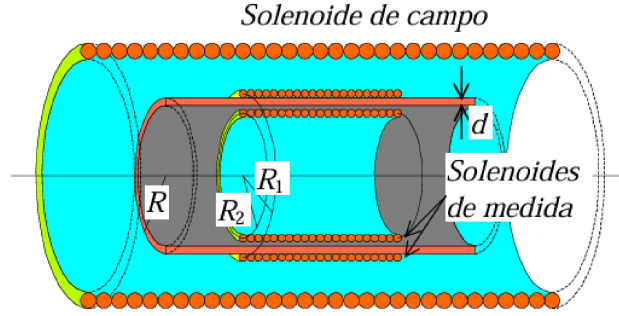


Figura 1: Esquema do dispositivo experimental

Para garantir un campo magnético cuasiestático, empregaremos frecuencias baixas durante a práctica. O campo magnético fóra da lámina condutora vén dado por:

$$\mathbf{B} = \mu_0 I \frac{N}{L} \hat{z} \quad (9)$$

con  $\frac{N}{L}$ , o número de voltas por unidade de lonxitude e  $I$  intensidade do campo eléctrico do solenoide. Empregando Faraday podemos ver que o campo  $\mathbf{E}$  que induce vén dado por:

$$\mathbf{E} = -\frac{\rho}{2} \frac{\partial B}{\partial t} \hat{\phi} \quad (10)$$

### 3. Procedemento experimental

#### 3.1. Campos $\mathbf{E}$ , $\mathbf{B}$ e vector de Poynting $\mathbf{S}$

Coas ecuacións 9 e 10 e podemos representar  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{B}$ . Podemos calcular o vector de Poynting a partires destas, se desprezamos a compoñente lonxitudinal do campo eléctrico  $\mathbf{E}$ , xa que non afecta á propagación da onda. Entón:

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{E} \times \mathbf{B} = -\frac{\rho N I}{2L} \frac{\partial B}{\partial t} \hat{\rho} \quad (11)$$

Véxase a continuación a representación:

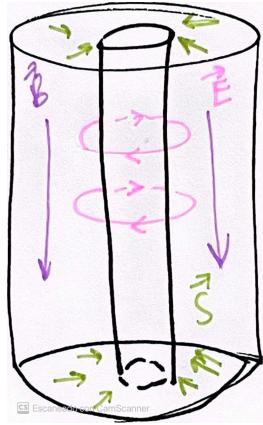


Figura 2: Para  $\mathbf{B}$  en  $\hat{z}$

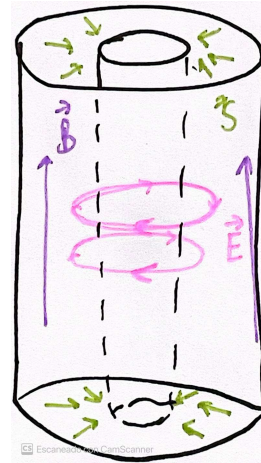


Figura 3: Para  $\mathbf{B}$  en  $-\hat{z}$

Por outra banda, imos mostrar tamén, de forma cualitativa, o valor de  $\mathbf{E}$  en función de  $\rho$  para frecuencias moderadamente altas. Sabemos que o campo eléctrico vén dado pola superposición de dúas ondas propagándose en sentidos opostos, cara dentro e fóra da lámina:

$$E = E_+ e^{-(i+1)\beta\zeta} + E_- e^{(i+1)\beta\zeta} \quad (12)$$

onde  $\zeta$  representa a distancia desde a superficie exterior da lámina ( $\zeta = R_1 - \rho$ ).

A partires de  $\zeta > d$  a onda propágase no aire, polo que non ten perdas apreciables, podendo escribir entón:

$$E = E_+ e^{-(i+1)\beta d} = E_- e^{(i+1)\beta d} \quad (13)$$

O campo no interior diminuirá co aumento de frecuencia, e as compoñentes en fase ou cadratura presentarán ceros para as frecuencias

$$\nu_n = n^2 \nu_0. \quad (14)$$

Para aquelas que sexan moderadamente altas, o termo dominante é o de  $E_+$ , co cal podemos aproximar o campo eléctrico a:

$$E(\zeta) = E_+ e^{-\beta\zeta} \rightarrow E(\rho) = E_+ e^{\beta\rho} \quad (15)$$

Logo, dentro do condutor o campo  $E$  aumenta con  $\rho$ , indo o fluxo de enerxía en dirección  $-\hat{\rho}$ . Vémolo representado:

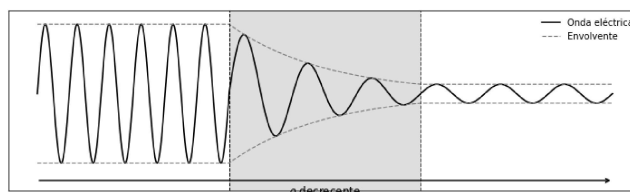


Figura 4: Atenuación do campo en función de  $\rho$  (na representación, **decrecente**)

## 4. Análise de datos

### 4.1. Análise das compoñentes en fase e cadratura

Debido a que o espesor da lámina condutora é moito menor que a lonxitude de onda no baleiro, as fases deben ser iguais para  $\xi = d$ , polo que partindo da ecuación 13 escribimos:

$$E(\zeta = d) = 2E_+ e^{-(1+i)\beta\zeta} \quad (16)$$

Obtendo así a seguinte relación entre campos exterior e interior:

$$\frac{E(d)}{E(0)} = \frac{1}{\cosh(\beta d) \cos(\beta d) + i \sinh(\beta d) \sin(\beta d)} = \Phi + i\Gamma \quad (17)$$

A continuación imos estudar tanto a fase ( $\Phi$ ) como a cadratura ( $\Gamma$ ) do cociente de campos.

Para facelo, decatámonos de que a voltaxe medida nos solenoides vén dada por:

$$V = 2\pi\rho NE(\rho) = 2\pi(R_1 - \zeta)E(\zeta) \quad (18)$$

Podemos con isto reescribir o campo  $\mathbf{E}$  en función de  $N$ ,  $R$  e  $V$ . Facemolo para  $\xi = d$  e  $\xi = 0$ , e obtemos a seguinte relación:

$$\frac{E(\xi = d)}{E(\xi = 0)} = \frac{R_1 N_1 V(d)}{R_2 N_2 V(0)} e^{i\Delta\varphi} \quad (19)$$

sendo  $\Delta\varphi$  o desfase entre os sinais medidos,  $R_1$  e  $R_2$  o radio interno e externo dos solenoides, e  $N_1$  e  $N_2$  o número de espiras de cada un.

Son datos que podemos obter do guión da práctica:

$$\begin{aligned} R_1 &= 10 \text{ mm} & R_2 &= 7,5 \text{ mm} & d &= 1 \text{ mm} \\ N_1 &= 100 & N_2 &= 200 \end{aligned}$$

Co cal xa poderíamos calcular e representar a fase e cadratura. Recollemos os datos que tomamos no laboratorio e os valores calculados da fase e da cadratura na seguinte táboa:

$\nu$ (Hz)	V1 (mV)	V2 (mV)	Desfase ( $^\circ$ )	Fase ( $\Phi$ )	Cadratura ( $\Gamma$ )
100,1	8,64	9,68	2,00	0,7465	0,0261
150	12,48	14,32	3,00	0,7639	0,0400
200	16,20	18,60	1,90	0,7650	0,0254
300	23,20	26,80	3,76	0,7685	0,0505
500	33,60	40,00	4,40	0,7913	0,0609
700	41,20	48,00	6,49	0,7717	0,0878
1000	48,40	56,00	10,82	0,7576	0,1448
1500	53,60	62,40	15,25	0,7488	0,2041
2000	56,00	64,40	20,14	0,7198	0,2640
3000	60,00	66,40	29,27	0,6436	0,3607
5000	68,80	66,40	45,47	0,4512	0,4587
7000	78,40	64,80	60,12	0,2745	0,4778
10000	93,60	62,80	74,95	0,1161	0,4320
15000	119,20	56,40	97,17	-0,0394	0,3130
20000	138,40	50,00	111,6	-0,0887	0,2239
30000	166,00	37,20	138,4	-0,1117	0,0992
50000	174,00	19,60	177,5	-0,0750	0,0033
70000	168,00	11,20	208,0	-0,0392	-0,0209
100000	162,00	5,280	251,3	-0,0070	-0,0206

Táboa 1: Valores para sinal de entrada sinusoidal

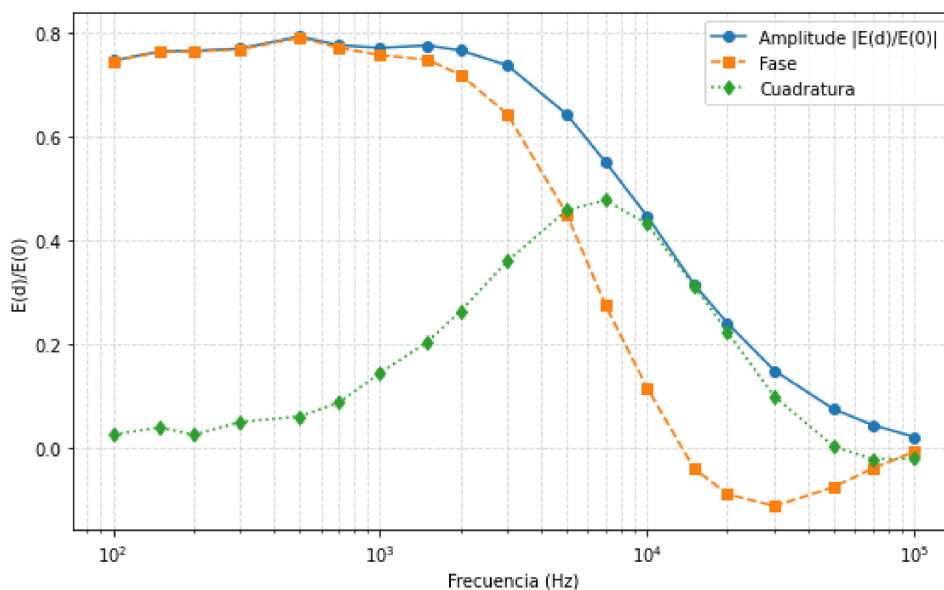


Figura 5: Compoñentes en fase e cadratura con respecto á frecuencia

Vemos que a frecuencias baixas hai moi pouco desfase, sendo o cociente practicamente real. Ao aumentar a frecuencia vai aumentando a cadratura e diminuíndo a fase, ata que chegan a ser case iguais aos 5000 Hz ( $45,47^\circ$ ). En frecuencias moi altas a onda case desaparece, o que demostra que a nosa montaxe é un filtro pasabaixa (deixa pasar as frecuencias baixas e prohíbe as altas).

## 4.2. Condutividade da lámina. Análise de ceros

Podemos determinar a condutividade da lámina a partir dos ceros das compoñentes en fase e cadratura. Para facelo, partimos da ecuación 17, que se recordamos era:

$$\frac{E(d)}{E(0)} = \frac{1}{\cosh(\beta d) \cos(\beta d) + i \sinh(\beta d) \sin(\beta d)},$$

con

$$\beta = \sqrt{\frac{\mu\omega\sigma}{2}} \quad (20)$$

A compoñente en fase anúlase para:

$$\cos(\beta d) = 0 \rightarrow \beta d = (2n + 1) \frac{\pi}{2}, \text{ para } n \text{ natural} \quad (21)$$

e a compoñente en cadratura anularíase en:

$$\sin(\beta d) = 0 \rightarrow \beta d = n\pi, \text{ para } n \text{ natural.} \quad (22)$$

Vemos que, xuntando ambas expresións, tanto para conseguir ceros na cadratura como na fase se debe cumprir que:

$$\beta d = \frac{n\pi}{2}, \text{ para } n \text{ natural} \quad (23)$$

No laboratorio puidemos obter os desfases correspondentes a  $n = 1 \rightarrow \pi/2$ ,  $n = 2 \rightarrow \pi$  e  $n = 3 \rightarrow 3\pi/2$ , cos que calculamos as permitividades:

$\theta$	$V_1$ (mV)	$V_2$ (mV)	$\nu$ (Hz)	$\sigma$ (S/m)
$\pi/2$	114	58.4	13100	47709920
$\pi$	174	19.6	50400	49603170
$3\pi/2$	158	5.76	118000	47669490

Táboa 2: Valores da permitividade para os distintos desfases

Facendo a media:  $\bar{\sigma} = 48327526,7$  S/m.

Podemos calcular con estes resultados o valor de  $\beta$  experimental para cada  $n$ , e comparalo co  $\beta$  teórico dado pola ecuación . Así mesmo, podemos calcular cal é o parámetro que se anula, a fase ou a cadratura, introducindo estes valores nas seguintes ecuacións, que obtemos ao separar o cociente da ecuación (16) en parte real e imaxinaria:

$$\Phi|_{\Gamma=0} = \frac{\cosh(\beta d) \cos(\beta d)}{(\cosh(\beta d) \cos(\beta d))^2 + (\sinh(\beta d) \sin(\beta d))^2} \quad (24)$$

$$\Gamma|_{\Phi=0} = \frac{\sinh(\beta d) \sin(\beta d)}{(\cosh(\beta d) \cos(\beta d))^2 + (\sinh(\beta d) \sin(\beta d))^2} \quad (25)$$

Así pois, recollemos na seguinte táboa os resultados:

$n$	$\beta_{\text{teo}}$	$\Phi_{\text{teo}}$	$\Gamma_{\text{teo}}$	$\beta_{\text{exp}}$	$\Phi_{\text{exp}}$	$\Gamma_{\text{exp}}$
1	$1,5708 \times 10^3$	0,000000	0,434537	$1,5809 \times 10^3$	-0,004740	0,429736
2	$3,1416 \times 10^3$	-0,086267	0,000000	$3,1009 \times 10^3$	-0,089759	0,003637
3	$4,7124 \times 10^3$	-0,000000	-0,017968	$4,7448 \times 10^3$	0,000564	-0,017386

Táboa 3: Valores teóricos e experimentais de  $\Phi$  e  $\Gamma$  para  $n = 1, 2, 3$

Aínda que con algunhas diferenzas, os valores teóricos e os experimentais son próximos, co cal podemos consideralo un resultado existoso.

Tamén co valor medio de  $\sigma$  isto podemos obter as frecuencias experimentais:

$n$	$\nu_{\text{exp}}$ (Hz)	$\nu_{\text{teo}}$ (Hz)
1	12932,588	13100
2	51730,353	50400
3	116393,294	118000

Táboa 4: Valores da frecuencia obtidos experimental e treoricamente

Toddas as medidas distan menos de 2kHz, sendo o resultado para  $n = 1$  o que máis se achega ao valor teórico.

### 4.3. Comprobación de ceros para frecuencias $\nu_n = n^2\nu_1$

Comparamos agora estes valores experimentais cos valores recurrentes que xa viramos na ecuación 14.

$n$	$\nu_{\text{exp}}$ (Hz)	$\nu_{\text{recurrente}}$ (Hz)
1	12932,588	13100
2	51730,353	52400
3	116393,294	117900

Táboa 5: Valores da frecuencia obtidos experimentalmente e coa relación  $\nu_n = n^2\nu_1$

Como pasou ao comparar anteriormente as frecuencias teóricas coas experimentais, varían algo entre elas, mais ao apreciarse unha clara correlación podemos considerar que se cumpre a recurrencia. Ademáis, os valores recurrentes son moi similares aos teóricos.

### 4.4. Comportamento a baixas frecuencias

Tomamos como límite de baixas frecuencias 1000 Hz, que é onde comeza a notarse a atenuación. Imos comparar graficamente a fase e a cadratura teórica coa experimental. Aos datos que xa usamos para realizar a primeira gráfica (usaremos, como xa comentamos, ata os 1000 Hz) engadímoslle os seguintes:

$\nu$ (Hz)	$V_1$ (mV)	$V_2$ (mV)	Desfase ( $^\circ$ )
100	8.24	9.60	2.00
90	7.44	8.56	1.40
70	5.92	6.80	1.39
50	4.48	5.04	1.13
40	3.68	4.08	0.51

Táboa 6: Datos experimentais de tensión e desfase para baixas frecuencias

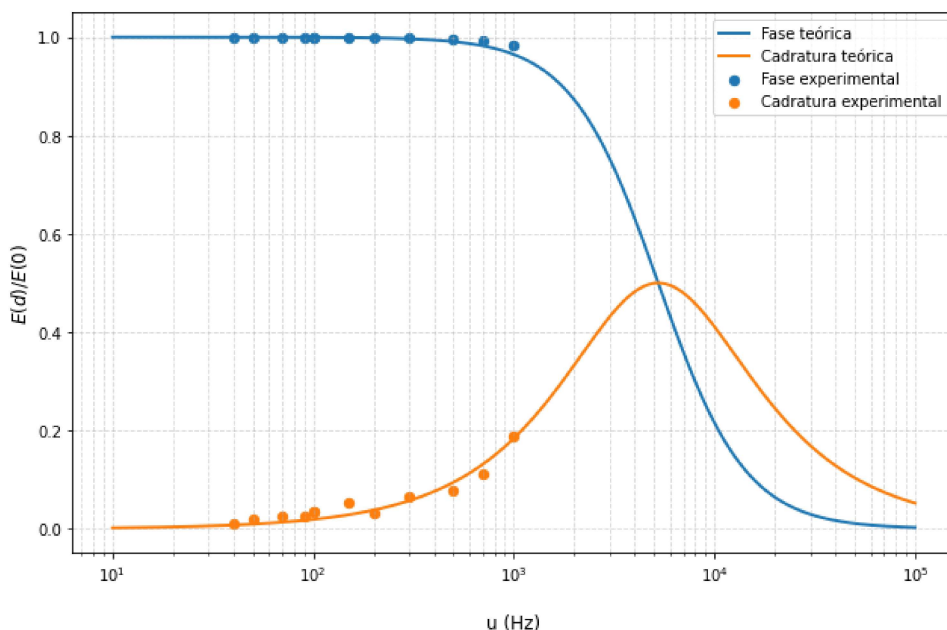


Figura 6: Comportamento das compoñentes en fase e cadratura a baixas frecuencias

En xeral son puntos relativamente próximos, vemos que existe unha correlación.

## 4.5. Cuestións relacionadas coa práctica

### Que dimensións debería ter a lámina condutora se fose plana?

Se no canto dun tubo empregásemos unha lámina plana, o principal problema sería o tamaño necesario para que non aparecesen efectos de borde. Durante a práctica trabállase con sinais entre uns 10 Hz e 100 kHz, é dicir, con lonxitudes de onda no aire que van aproximadamente de varios miles de km a uns poucos km.

Para que o campo dentro da lámina poda considerarse plano e sen difracción, a súa superficie debería ser moito maior que esas lonxitudes de onda, o cal evidentemente non podemos realizar.

Por iso se recorre ao tubo cilíndrico: permite pechar as liñas de corrente, elimina os efectos de borde e reproduce o comportamento dunha lámina infinita cun tamaño manexable no laboratorio.

### Por qué cambian de forma as ondas non sinusoidais ao pasar pola lámina condutora?

Unha sinal non sinusoidal (sexan a cadrada ou a triangular) pode descompoñerse nunha serie de Fourier, é dicir, nunha suma de senos e cosenos de distintas frecuencias. Os harmónicos de maior orde teñen frecuencias máis altas.

Pero o condutor non atenúa todas esas frecuencias por igual, xa que a atenuación medra coa frecuencia. Isto fai que a lámina actúe como un filtro pasabaixas, reducindo moito os harmónicos de alta frecuencia e conservando principalmente o fundamental.

Entón, ao atravesar o metal, a sinal perde as compoñentes responsables da súa forma orixinal e acaba parecendo máis sinusoidal. Canto maior sexa a frecuencia ou o espesor, máis marcado será o suavizado da sinal.

# Relación Carga-Masa do Electrón

## 1 Introducción

Este experimento é unha adaptación do feito por Joseph John Thomson en 1897. Neste, J. J. Thomson descubriu o electrón no laboratorio Cavendish da Universidade de Cambridge.

O que buscamos é achar a relación carga-masa do electrón. Para elo primeiro deberemos coñecer o procedemento e a máquina que nos vai permitir encontrar este valor.

A idea é sinxela en temas de electrodinámica, pois consiste en xerar unha nube de electróns, acelerala con un potencial eléctrico e curvar este feixe de electróns con un campo magnético uniforme. A partir do radio de electróns deflectado e sabendo o potencial cos que aceleramos os electróns así como a intensidade do campo magnético, acharemos a relación  $\frac{e}{m}$ , onde  $e$  é a carga do electrón e  $m$  a súa masa, veremos que pode darse como  $\frac{e}{m} = \frac{2V}{B^2 r^2}$ .

Esta idea a afondaremos en breves para achar a relación matemática, mais primeiro coñeceremos a máquina.

A máquina PASCO Modelo SE-9638 consiste nunha esfera de vacío parcial (presión interna moi baixa, preto do vacío) chea de Helio, que contén un canón de electróns e unha "escaleira" para medir o radio do feixe.

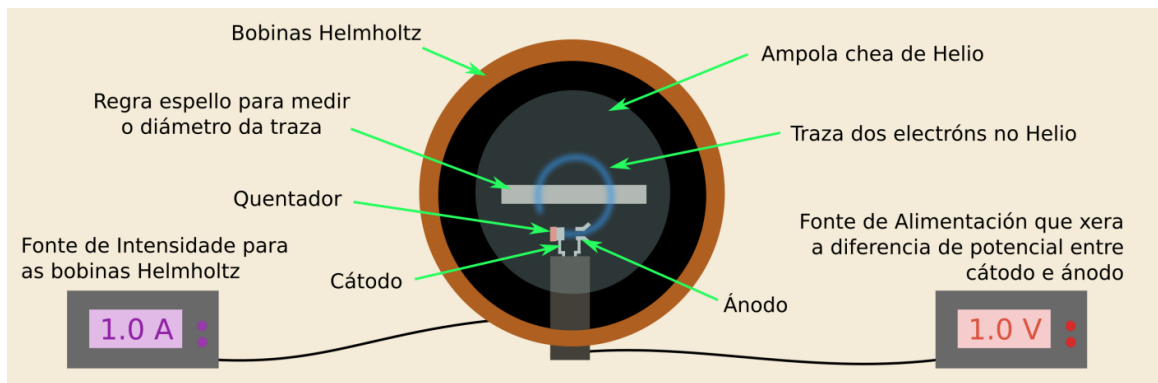


Figure 1: Esquema do montaxe para o experimento

O canón de electróns funciona cun quentador que quenta un cátodo e así emite electróns, despois, cun potencial aplicado, aceleráanse a gusto xa que un cátodo e un ánodo concentran o raio. Este fenómeno ocorre polo efecto termoiónico, que é que ao quentar dá enerxía térmica (cinética) ós electróns libres do material do cátodo para superar a barreira de potencial da superficie e "evaporarse" do metal. Créase unha nube de electróns libres arredor do cátodo que logo, con un potencial, poderan dirixirse e acelerarse. Se estas dúas cousas as facemos de forma continua, creamos un feixe de electróns.

O feixe existente de por sí no baleiro non o poderíamos ver, por iso é que a esfera ten un pouco de helio, para que o chorro de electróns deixe unha marca ó seu paso ao chocar cos átomos de Helio, que se excitan e logo liberan luz visible para volver ao seu estado inicial.

Agora, o campo magnético será producido por un par de bobinas de Helmholtz que se colocan como pan nun sandwich no que o interior é a esfera co feixe de electróns.

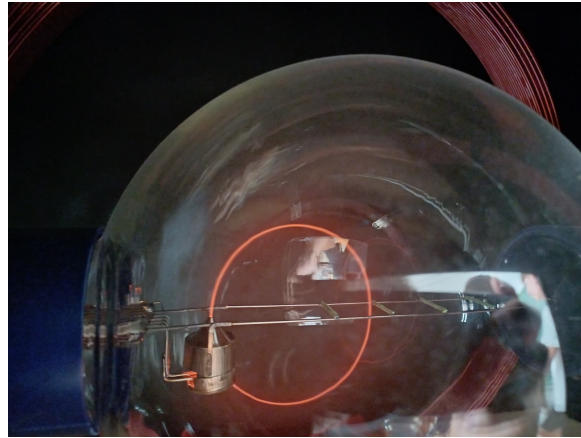


Figure 2: Raio de electróns baixo acción dun campo magnético, radio pequeno

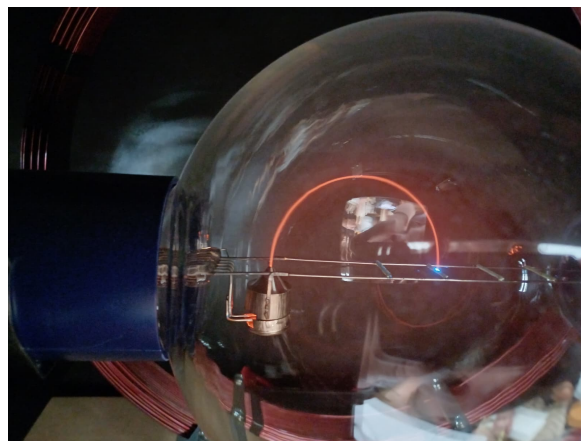


Figure 3: Raio de electróns baixo acción dun campo magnético, radio exacto á distancia correspondente ó escalón (que é como tomaremos medidas)

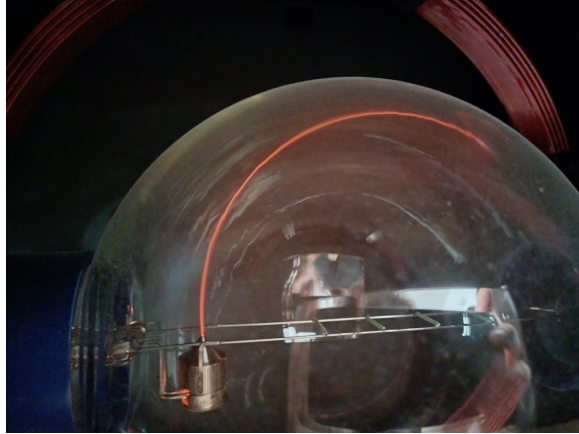


Figure 4: Raio de electróns baixo acción dun campo magnético, radio grande

## 2 Materiais

Usaremos:

- Aparato PASCO Modelo SE-9638
- Un par de bobinas de Helmholtz de 130 voltas ( $N$ ), radio ( $r$ ) e distancia entre elas ( $a$ ):  $r = a = 0.15$  m
- Un par de polímetros (un para medir Intensidade e outro Voltaxe)

## 3 Teoría

Empezamos partindo da ecuación da forza de Lorentz  $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$  para un campo eléctrico nulo  $\vec{E} = 0$ , que de forma escalar obteríamos para o noso caso:

$$F_m = evB$$

Que traducirase nunha forza centrípeta que levará ao noso feixe a ter carácter circunferencial con radio  $r$ :

$$F_c = \frac{mv^2}{r}$$

Ao igualar ambas ecuacións e despexando para a relación carga-masa chegamos a:

$$\frac{e}{m} = \frac{v}{Br}$$

Teremos que atopar as formas de representar  $v$  e  $B$  en base a outras variables que sí coñecemos. Para sacar a velocidade partimos da enerxía potencia  $eV$  e a enerxía cinética  $\frac{mv^2}{2}$ , combinadas e despexada a velocidade obtemos:

$$v = \sqrt{\frac{2eV}{m}}$$

E para o campo magnético producido cerca do eixe dun par de bobinas de Helmholtz de  $N$  voltas e separadas entre si unha distancia  $a$ :

$$B = \frac{N\mu_0}{a \left(\frac{5}{4}\right)^{\frac{3}{2}}} I$$

Combinando todo e despxando para a relación que nos interesa chegaríamos a ecuación coa que atoparemos no proceso experimental a relación carga/masa:

$$\frac{e}{m} = 2V \left(\frac{5}{4}\right)^3 \left(\frac{a}{N\mu_0 r I}\right)^2$$

## 4 Datos

Primeiro deberemos mencionar e acordar as incertezas, que serán no caso da Voltaxe e Intensidade (debido ao polímetro):  $s(V) = 1$  V e  $s(I) = 0.01$  A, mais no caso do radio, ao ser unha escaleira cos escalóns bastante finos, ter 0.5 cm de incerteza é pasarse moito de incerteza, xa que cando o feixe toca o escalón formase un claro semicírculo en vez dunha circunferencia completa ao estar no escalón, a incerteza debería ser a asociada ó grosor do escalón (que non houbo maneira de medila), así que, por decisión propia e aproximada tomaremos  $s(r) = 0.1$  cm.

Os datos medidos variando Voltaxe, Intensidade do campo magnético e radios foron:

V (V)	I (A)	r (cm)
176	3.08	2
176	2.04	3
176	1.48	4
176	1.18	5
200	1.27	5
200	1.59	4
200	2.14	3
200	3.28	2
215	3.40	2
215	2.24	3
215	1.65	4
215	1.32	5

Como buscamos achar a ecuación

$$f = \frac{e}{m}$$

A incertidumbre, por propagación de erros será:

$$s_f^2 = \sqrt{\left(\frac{s_V}{V}\right)^2 + \left(2\frac{s_r}{r}\right)^2 + \left(2\frac{s_I}{I}\right)^2}$$

Facendo isto para cada set de datos e unha media ponderada destes, acharíamos o valor final buscado:

$$\frac{e}{m} = (1.616 \pm 0.027) \cdot 10^{11} \text{ C/Kg}$$

Que podemos comparar con valor real:

$$\frac{e}{m} = 1.759 \cdot 10^{11} \text{ C/Kg}$$

Son distintos e o real non entra no marxe de erro do calculado experimentalmente. Aínda así son considerablemente similares.

## 5 Extra

Como mención curiosa extra podemos falar sobre os raios catódicos e os televisores antigos xa que é o mesmo principio ca no experimento.

Os raios catódicos son feixes de electróns emitidos dende o cátodo e acelerados cun potencial nun tubo ao baleiro. Os televisores antigos tiñan un tubo de raios catódicos no interior, estes raios desvíanse por campos eléctricos e magnéticos ata impactar cada punto cunha superficie fluorescente (que se excita e produce luz visible que nós observamos). O feixe de electróns varre a pantalla varias veces por segundo (50-60 Hz). O brillo observado en cada punto ven dado pola intensidade do feixe nese punto.

O caso do osciloscopio non eléctrico é igual solo que o feixe desvíase segundo o sinal medido.

O cambio de televisor en branco e negro (o explicado anteriormente) e o televisor a cor é basicamente que o que mostra sinal en branco e negro funciona cun só feixe de electróns e a pantalla é dun só tipo de fósforo que emite luz branca. No televisor a cor, cambia en que posée 3 feixes de electróns distintos e 3 tipos de fósforo (RGB (Vermello, Verde e Azul)) que son apuntados cunha "máscara de sombras" (lámina metálica fina furada con moitos buratos para dirixir os raios aos puntos de cor específicos).

Se situasemos un imán na pantalla, xeraría un campo  $\vec{B}$  que ocasionaría un desvío dos electróns e, polo tanto, a imaxe deformaría. Nun televisor en branco e negro non pasaría nada salvo a distorsión da imaxe, mais no televisor a cor non só habería unha deformación da imaxe, tamén pódese dañar permanentemente por magnetizar a máscara metálica e impedir que se dirixan apropiadamente os feixes ós buratos de fósforo de cor.

Riscos para a saúde non ten moitos, o que si son perigoso son os elementos a alta tensión no interior do televisor ou a carga estática que pode formarse na pantalla. Aparte, estes televisores, no proceso de xerar electróns, xeran tamén baixas doses de radiación X, pero non é moito aunqe si existente.